CIENCIA
E INTERCULTURALIDAD

Año 16, Vol. 33, No. 2, Julio-Diciembre, 2023

• ISSN 1997-9231 (Print) • ISSN 2223-6260 (Online).
https://doi.org/10.5377/rci.v33i2.17720

Aplicaciones de las derivadas parciales en las Ciencias Económicas: costo marginal

Applications of partial derivatives in Economic Sciences: Marginal Cost

Norman Rafael López-Sánchez[1]
Cliffor Jerry Herrera-Castrillo[2]

Resumen

El presente estudio tiene como objetivo proporcionar una guía completa de problemas y soluciones en el campo de la Administración y Economía, utilizando derivadas parciales. Se llevó a cabo un análisis descriptivo con un enfoque mixto, en su mayoría cualitativo, para asegurar la adquisición precisa de conocimientos exactos. Se tomaron en consideración aspectos relevantes provenientes de diversas fuentes confiables de información. A través de este estudio, se obtuvieron resultados de calidad que serán de gran ayuda para promover y ampliar el conocimiento tanto de estudiantes como de docentes que tengan acceso a este artículo de revisión. Esto contribuye al desarrollo de un aprendizaje significativo en el ámbito de las ciencias económicas y administrativas, ya que se enfoca en la innovación en la resolución de problemas y fortalece el pensamiento crítico. Esta guía proporcionará a los lectores una visión clara de los problemas comunes en el campo de la Administración y Economía, así como soluciones efectivas basadas en derivadas parciales. Además, se fomentará el desarrollo de habilidades analíticas y la capacidad de tomar decisiones informadas en situaciones complejas. En este estudio se propone una ruta para la redacción de problemas sobre costo marginal y pautas de cómo solucionarlo.

Palabras clave: Costo marginal, derivadas parciales, ciencias económicas, producción y resolución de problemas

1 Licenciado en Ciencias de la educación con mención en Física-Matemática, docente de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua. Centro Universitario Regional de Estelí Correo: lopeznorman88@gmail.com Orcid: https://orcid.org/0009-0004-5710-8159

Graduate in Educational Sciences with a mention in Physics-Mathematics, Full Professor at the National Autonomous University of Nicaragua, Managua. Estelí Regional University Center.

2 Doctor en Matemática Aplicada, docente de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua. Centro Universitario Regional de Estelí. Correo: cliffor.herrera@unan.edu.ni, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7663-2499

Doctor in Applied Mathematics, Full Professor at the National Autonomous University of Nicaragua, Managua. Estelí Regional University Center.

Recibido: 7/06/2023 - Aprobado: 16/01/2024

López-Sánchez, N. R., & Herrera-Castrillo, C. J. (2023). Aplicaciones de las derivadas parciales en las Ciencias Económicas: Costo Marginal. *Ciencia E Interculturalidad*, 33(2), 149-164. https://doi.org/10.5377/rci.v33i2.17720

Abstract

The present study aims to provide a complete guide to problems and solutions in the field of Administration and Economics, using partial derivatives. A descriptive analysis was carried out with a mixed, mostly qualitative approach to ensure accurate acquisition of accurate knowledge. Relevant aspects from various reliable sources of information were taken into consideration. Through this study, quality results were obtained that will be of great help to promote and expand the knowledge of both students and teachers who have access to this review article. This contributes to the development of significant learning in the field of economic and administrative sciences since it focuses on innovation in problem-solving and strengthens critical thinking. This guide will provide readers with a clear overview of common problems in the field of Administration and Economics, as well as effective solutions based on partial derivatives. In addition, the development of analytical skills and the ability to make informed decisions in complex situations will be encouraged. This study proposes a route for writing problems on marginal cost and guidelines on how to solve them.

Keywords: Marginal cost, partial derivatives, economic sciences, production and problem solving

I. Introducción

El presente artículo, es parte de la tesis doctoral en proceso titulada "Aplicaciones de la derivadas parciales en las ciencias económicas: propuesta basada en la resolución de problemas", las distintas aplicaciones que se abordan en dicho trabajo son aplicables en el área de administración y economía, las cuales se desarrollan de una manera clara y sencilla proponiendo detalladamente cada una de las soluciones y su tratamiento metodológico, es decir la manera más sencilla de cómo resolver este tipo de problemas.

Es importante destacar que las aplicaciones propuestas en este trabajo se basan en diversas revisiones bibliográficas. Algunas de las aplicaciones ya resueltas se han desarrollado de manera más sencilla y detallada, mientras que la mayoría de las aplicaciones se extraen de los problemas propuestos en los libros de texto de matemática para administración y economía, los cuales se mencionan en la bibliografía del trabajo.

Como indican López Sánchez y Herrera Castrillo (2023) las matemáticas han experimentado un crecimiento constante en su influencia, evolución e importancia en la sociedad actual, principalmente debido al aumento espectacular de sus aplicaciones. Hoy en día, resulta impensable el progreso tecnológico y la investigación y desarrollo sin la presencia predominante de las matemáticas y sus métodos. Además, las matemáticas tienen numerosas aplicaciones que se relacionan con otras áreas del conocimiento, como la economía, la medicina, la ingeniería y la física, lo que las convierte en una ciencia fundamental para el desarrollo de modelos que resuelvan una amplia gama de problemas sociales y de otra índole.

“Los estudiantes de Ciencias Económicas necesitan contar con fundamentos teóricos y conceptuales sobre el Cálculo Matemático que les permita mejorar sus procesos académicos” (Hernández Muñoz, 2020, p. 14). Es innegable que gracias a los diferentes avances en materia de matemáticas hay un sinnúmero de aplicaciones de las derivadas parciales y su respectiva relación con otras ciencias como la economía, finanzas, administración, ingeniería, entre otras, lo que convierte a las matemáticas en una ciencia primordial para el avance de diferentes modelos que resuelvan una situación real; Herrera Castrillo (2023a) argumenta que “es importante entender una ciencia exacta como las matemáticas, buscando que sea agradable, para interactuar de manera clara, eficiente e inteligente en el mundo de los números, fórmulas y ecuaciones” (p. 166). En contraste con lo que plantea Herrera Castrillo (2023b) “las matemáticas siempre han sido vistas aisladas de otras ciencias, pero en realidad esta guarda mucha relación con otros ámbitos” (p. 32).

Por las razones anteriores y considerando la relación entre las matemáticas y otras ciencias, este trabajo se realiza a partir de la aplicación de las derivadas parciales (perteneciente al cálculo diferencial) en las ciencias económicas como una propuesta basada en la resolución de problemas, es decir, existen algunas ideas útiles aplicadas en el campo de la economía situación problema.

Este estudio aborda la problemática existente en las carreras de Ciencias Económicas y Administrativas en la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua (UNAN Managua), Centro Universitario Regional de Estelí (CUR-Estelí). El objetivo principal es establecer la relación entre las Matemáticas y las carreras de Economía, Administración de Empresas, Mercadotecnia, Banca y Finanzas, y Contaduría Pública y Finanzas. Además, se busca proporcionar material preciso y conciso para el estudio de temas específicos, como la productividad marginal, los máximos y mínimos de una función en varias variables, y se presta especial atención al costo marginal.

El concepto de modelo económico, en su sentido amplio, se refiere a una representación simplificada de un conjunto de relaciones económicas mediante una formulación matemática (Sydsaeter y Hammond, 1996). Es decir, el modelo debe intentar representar fenómenos económicos reales a través de un conjunto de relaciones, y debe hacerlo en términos matemáticos.

La resolución de problemas constituye el eje fundamental de cualquier proceso y especialmente donde se encuentre involucrada la Matemática o, en su defecto, cualquier ciencia que dependa directa o indirectamente de la misma. Brousseau (1986) en su Teoría de las situaciones didácticas, atribuye un lugar preferencial a la resolución de problemas como base fundamental del conocimiento.

Al realizar las respectivas revisiones bibliográficas en torno a la temática en estudio existen grandes cantidades de publicaciones y estudios que tratan del papel que cumple la Matemática en las ciencias económicas. Este tema, no exento de polémica, además de repercutir en el desarrollo de la Economía como ciencia social influye decisivamente en el desarrollo de los profesionales e involucrados en los procesos económicos.

Un gran número de economistas y administradores reconocen que el uso de las matemáticas como lenguaje simbólico y método de razonamiento científico es de gran ayuda en sus disciplinas. La presencia de las matemáticas es fundamental tanto para describir las complejas relaciones económicas como para formular proposiciones sobre el comportamiento de dichas relaciones.

En el dominio de la economía, tanto los modelos de equilibrio general, como la teoría neoclásica de la producción o los modelos macroeconómicos de crecimiento utilizan en su formulación el cálculo diferencial y (o) la teoría de ecuaciones diferenciales, en clara similitud con el proceso seguido en la física clásica. Es en la medida en que estas técnicas o herramientas matemáticas han sido diseñadas para el estudio cuantitativo de los procesos continuos, en la que cabe cuestionarse la fiabilidad de estos planteamientos en el ámbito de la teoría económica (Barragán Moriana, 2003).

La contribución de las matemáticas a las ciencias económicas no puede verse de manera aislada, sino que debe entenderse como el resultado de la evolución histórica de ambas disciplinas y de sus relaciones con otros campos del conocimiento (González, 2009). Las matemáticas han establecido vínculos estrechos con disciplinas como la física, biología, ecología, medicina y astronomía, entre otros. Estas conexiones han sido fundamentales para el desarrollo y avance de la teoría económica.

II. Revisión de la Literatura

Las Matemáticas en el desarrollo de las Ciencias económicas

Se reconoce ampliamente que las matemáticas desempeñan un papel fundamental como lenguaje en las ciencias. A medida que una disciplina científica se desarrolla, se estructura y adopta el lenguaje preciso de las matemáticas.

Para Rico y Tinto Arandes (2009) Las matemáticas desempeñan un papel crucial en el desarrollo de las ciencias económicas. A lo largo de la historia, se ha reconocido la importancia de utilizar herramientas matemáticas para analizar y comprender los fenómenos económicos.

La etapa final y definitiva en el desarrollo de cualquier ciencia implica la matematización, es decir, la expresión de leyes empíricamente contrastadas u observadas en términos matemáticamente precisos. Desde la famosa afirmación de

Galileo de que el libro de la naturaleza está escrito en lenguaje matemático, hasta la afirmación de Heisenberg de que las matemáticas son el lenguaje en el que la ciencia plantea sus problemas y formula sus soluciones, esta idea es ampliamente aceptada.

Sin embargo, consideramos que esta concepción de las matemáticas, en particular la teoría de funciones y el cálculo infinitesimal, como un mero lenguaje, es insuficiente para describir la relación especial que existe con la física. Esta relación es mucho más profunda e importante, y no se aplica de la misma manera ni con la misma eficacia a otras ciencias naturales, la economía y las ciencias sociales en general.

La idea de las matemáticas como lenguaje de las ciencias puede ser vista en parte como una manifestación de una relación instrumental. Las matemáticas se utilizan como una herramienta técnica externa al objeto de estudio. También sirven como una forma precisa de expresar relaciones de dependencia entre magnitudes cuantificables (variables).

Importancia de la matemática en las ciencias económicas

Las matemáticas han experimentado un crecimiento constante en influencia, evolución e importancia en nuestra sociedad actual, gracias a su amplio espectro de aplicaciones en diversos campos. En casi todos los aspectos de la vida, es posible describir y cuantificar fenómenos utilizando las matemáticas. En particular, en el ámbito de la investigación y desarrollo tecnológico, las matemáticas son indispensables y juegan un papel dominante.

En relación con las ciencias económicas, Viedma (2010) destaca la función crucial que desempeñan las matemáticas en el desarrollo de modelos económicos abstractos. Estas herramientas matemáticas son esenciales para evitar que la economía se convierta en una ciencia superficial y poco rigurosa.

Resolución de problemas

Según Ponce Herrera et al. (2023), es fundamental tener en cuenta los fundamentos teóricos al abordar un tema específico, ya que esto facilita la resolución de problemas. Esta idea coincide con Ortuño Blandón et al. (2023), quienes destacan la importancia de escribir y comprender los conceptos teóricos, así como su aplicación en la resolución de problemas prácticos. La resolución de problemas matemáticos se remonta a la antigüedad, donde símbolos matemáticos se utilizaban empíricamente para representar cantidades materiales o realizar cálculos de tiempo (López López et al., 2023).

Ricardo-Fuentes et al. (2023) la resolución de problemas matemáticos es el proceso de encontrar soluciones a situaciones o cuestiones que involucran conceptos matemáticos. Implica analizar y comprender un problema, identificar los datos relevantes, aplicar estrategias y técnicas matemáticas apropiadas, y llegar a una solución correcta. La resolución de problemas matemáticos puede requerir el uso de habilidades como el razonamiento lógico, el pensamiento crítico, la creatividad y la aplicación de conceptos matemáticos previamente aprendidos.

Derivadas parciales

Para Zuazua (2003) la forma en la que las Ecuaciones en Derivadas Parciales (EDP) se presentan comúnmente en la modelización de fenómenos en la Ciencia y Tecnología es a través de modelos de evolución que describen la dinámica de una cantidad o variable a lo largo del tiempo. Estas variables pueden representar una amplia gama de objetos y fenómenos, desde la posición de un satélite en el espacio hasta la dinámica de un átomo, pasando por los índices bursátiles o el impacto de una enfermedad en la población.

En el contexto de las ciencias económicas, estos modelos de evolución pueden ser utilizados para describir el comportamiento de variables económicas a lo largo del tiempo, como el crecimiento del producto interno bruto (PIB), la evolución de los precios, el comportamiento del mercado de valores, entre otros. Al aplicar las EDP en la modelización económica, se busca capturar la dinámica y los cambios en estas variables a medida que evoluciona el tiempo.

Por su parte, Arya et al. (2009) que sea $z=f(x;y)$ una función de x y y. Entonces la derivada parcial de z con respecto a x se define por:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h,y)-f(x,y)}{h} \qquad (1)$$

En el caso de las derivadas parciales de orden superior Meza (2011):

Sea $f(x;y)$ una función de dos variables con dominio en el conjunto
Puesto que las derivadas parciales de primer orden de *f:*

$$\frac{\partial z}{\partial x} = f_x(x;y) = D_1 f(x;y) \qquad (2)$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = f_y(x;y) = D_2 f(x;y) \qquad (3)$$

Son también funciones de dos variables, entonces las derivadas parciales de estas funciones se llaman derivadas parciales de segundo orden de *f.*

Estas segundas derivadas de *f* son cuatro y se denotan por:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = f_{xx}(x;y) = D_{11}(x;y) \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = f_{yy}(x;y) = D_{22}(x;y) \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = f_{xy}(x;y) = D_{12}(x;y) \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = f_{yx}(x;y) = D_{21}(x;y) \quad (7)$$

Las derivadas parciales $f_{xy}(x;y)$ y $f_{yx}(x;y)$ se conocen como derivadas parciales mixtas o cruzadas de *f*.

Como las derivadas parciales de segundo orden de $z=f(x;y)$ son funciones de x e y, entonces se puede derivar nuevamente para obtener las derivadas parciales de tercer orden de *f* y así sucesivamente hasta el orden *n*.

Costo Marginal

Una función de costo conjunto es aquella en la que se concentran los costos totales de producción de dos o más artículos similares, que se fabrican en conjunto, y que pueden diferir en su presentación final, su sabor, aroma, o algo que los haga distintos al consumidor, pero que su proceso de producción sea básicamente el mismo (Urbán, 2015).

Si la función de costo conjunto de producir cantidades x y y de dos satisfactores está determinada por:

$$C(x;y) \quad (8)$$

Las derivadas parciales de *C* son las funciones de Costo Marginal.

$$C_x(x;y) \text{ es el costo marginal con respecto a } x \quad (9)$$

$$C_y(x;y) \text{ es el costo marginal con respecto a } y \quad (10)$$

De esta manera, el costo marginal con respecto a x, proporciona información sobre los incrementos en los costos totales de producción cuando se altera la fabricación del artículo x, en una unidad, mientras la producción de y se mantiene constante. De manera similar, el costo marginal con respecto y, representa los incrementos en el costo total cuando aumentamos la producción del artículo y, manteniendo la fabricación de x constante (Urbán, 2015).

III. Metodología

Tipo de estudio

En términos de enfoque de investigación, este estudio se clasifica como un estudio mixto, ya que se centra en describir y analizar el problema en los campos económico y administrativo. Durante el proceso de interpretación, se razona y se perfecciona el problema de investigación, utilizando tanto la inducción lógica como un enfoque que va de lo particular a lo general. Como resultado, este estudio combina características tanto cuantitativas como cualitativas.

El enfoque del estudio es mixto, como plantea Sánchez et al. (2022) "la metodología mixta (MM), es un diseño de investigación que involucra datos cuantitativos y cualitativos" (p.10). Cabe destacar que, el enfoque de mayor predominio y presencia es el cualitativo, es decir que, durante el proceso investigativo, se describe y analizan problemas de aplicación sobre Función de Costos.

Recolección de la información

Hernandez Mendoza y Duana Avila (2020) explican que:

> La recolección de datos es considerada como la medición es una precondición para obtener el conocimiento científico. El instrumento de recolección de datos está orientado a crear las condiciones para la medición. Los datos son conceptos que expresan una abstracción del mundo real, de lo sensorial, susceptible de ser percibido por los sentidos de manera directa o indirecta, donde todo lo empírico es medible. (p. 51)

Es decir, la recopilación de información es para brindar explicaciones de temas importantes para el desarrollo del conocimiento, por ejemplo, en esta encuesta se utilizaron diferentes fuentes de información para recopilar datos adecuados al contenido, tales como: revistas, libros, sitios web, PDF, etc.

En este estudio se realizó un análisis descriptivo de los datos obtenidos a través de diferentes fuentes de información, comenzando por codificar los datos recolectados para facilitar su comprensión y elaborando por medio de resúmenes, imágenes, anotaciones y análisis cuantitativo de funciones de costos y problemas de producción.

IV. Resultados y discusión

En las Ciencias Económicas, se ha reconocido ampliamente que las derivadas parciales desempeñan un papel fundamental en el análisis de conceptos clave, como el costo marginal. El costo marginal es una medida esencial para evaluar la eficiencia y tomar decisiones informadas en la producción y distribución de bienes y servicios (Herrera Daza, 2013). A través de la aplicación de las derivadas parciales, es posible obtener información valiosa sobre el comportamiento de los costos y su impacto en la economía.

Este estudio examina la aplicación de las derivadas parciales en el contexto de las Ciencias Económicas, específicamente en relación con el costo marginal. Para ello, se consideró un escenario hipotético empresarial en el que una compañía produce y vende un determinado producto. La función de costo total de la empresa, representada por *C(q)*, donde q es la cantidad de productos producidos, se utilizó como base para el análisis.

El análisis se centró en calcular la derivada parcial de *C(q)* con respecto a q, es decir, *dC/dq*, con el fin de determinar el costo marginal. Esta derivada parcial proporcionó información crucial sobre el cambio en el costo total cuando se produjo una unidad adicional del producto, coincidiendo con Urbán (2015). Este cálculo permite a los investigadores evaluar la relación entre los costos y la producción adicional y su impacto en las decisiones empresariales.

Los resultados del estudio revelaron que el costo marginal desempeña un papel importante en la toma de decisiones óptimas en el ámbito empresarial. Si el costo marginal es mayor que el precio al que se vende el producto se argumenta que la empresa debería reducir su producción, ya que cada unidad adicional producida generaría más costo que beneficio. Por otro lado, si el costo marginal es menor que el precio de venta se concluye que aumenta la producción generando más beneficios que costos.

Además, se discutió que el costo marginal también está relacionado con la determinación del punto óptimo de producción. Este punto se alcanza cuando el costo marginal es igual al ingreso marginal, es decir, el cambio en los ingresos totales cuando se produce una unidad adicional. En este punto de equilibrio, se afirmó que la empresa maximiza su beneficio, ya que los ingresos adicionales generados por la producción adicional se igualan exactamente a los costos adicionales incurridos.

A continuación, se presenta el análisis, de problemas de aplicación sobre costo marginal

Problemas de Aplicación

1. En el contexto de la costa caribe nicaragüense, se plantea el siguiente escenario: un fabricante produce dos tipos de artículos, x e y, con cantidades actuales de 3 unidades de x y 6 unidades de y. Los costos de producción están determinados

por la función $C(x;y)=15+2x^2+xy+5y^2$. Con el objetivo de incrementar la producción total a 10 unidades, surge la pregunta de cuál opción sería más conveniente: aumentar la fabricación de *x* o de *y*.

Solución:

Para abordar esta cuestión, es necesario examinar el costo marginal de cada artículo de forma individual. El costo marginal representa el cambio en el costo total cuando se produce una unidad adicional de un artículo específico. En este caso, se deben calcular las derivadas parciales de la función *C(x;y)* con respecto a *x* e *y*, respectivamente, para determinar los costos marginales de *x* e *y*.

De acuerdo con Urbán (2015), se plantean dos opciones para aumentar la producción y alcanzar un total de 10 unidades: la primera opción consiste en aumentar la producción del artículo *x* de 3 a 4 unidades, manteniendo constante la producción de *y* en 6 unidades. La segunda opción implica incrementar la producción de *y* de 6 a 7 unidades, manteniendo constante la producción de *x* en 3 unidades. La decisión óptima será aquella que resulte en los costos más bajos.

Empezamos por calcular los costos marginales de cada producto:

$$C_x(x;y)=4x+y \text{ para } x=3,\ y=6 \rightarrow C_x(3;6)=18 \quad (11)$$

$$C_y(x;y)=x+10y \text{ para } x=3,\ y=6 \rightarrow C_y(3;6)=63 \quad (12)$$

Se observa que el costo marginal de *x* es de 18 y el costo marginal de *y* es de 63. Esto implica que, al aumentar la producción en una unidad adicional de *x*, el costo total se incrementaría en 18 unidades monetarias, mientras que un aumento en una unidad adicional de y resultaría en un incremento de 63 unidades monetarias en el costo total.

Considerando el objetivo de incrementar la producción total a 10 unidades, se debe seleccionar la opción más conveniente en términos de costo. En este caso, resulta más conveniente aumentar la fabricación de *x*, debido a que su costo marginal es menor en comparación con el costo marginal de *y*. Al incrementar la producción de *x*, el costo total se incrementaría en una cantidad menor en comparación con el aumento en la producción de *y*.

2. En el contexto de empresas nicaragüenses, se plantea el siguiente escenario: una compañía se dedica a la fabricación de dos tipos de paraguas. La función de costos conjuntos de producción de estos paraguas está representada por la *función* $C(q^1,q^2)=q_1^2+2q_2^2+4q_1q_2+700$. La empresa tiene previsto reducir la producción de ambos tipos de paraguas en los próximos meses, siguiendo las siguientes fórmulas: $q_1=150-3t$ y $q_2=100-2t$, donde t se mide en meses. El objetivo es expresar la razón de cambio de los costos con respecto al tiempo.

Solución:

Para obtener la razón de cambio de los costos con respecto al tiempo, se procede a calcular la derivada de la función de costos con respecto al tiempo t. Primero, se sustituyen las fórmulas de producción q_1 y q_2 en la función de costos $C(q_1,q_2)$.

A continuación, se retoma los procedimientos planteados por Correa Jara (2011):

La razón de cambio de los costos con respecto al tiempo es $\frac{dC}{dt}$, para determinar rápidamente esta derivada usamos la regla de la cadena:

$$\frac{dC}{dt} = \frac{\partial C}{\partial q_1} * \frac{dq_1}{dt} + \frac{\partial C}{\partial q_2} * \frac{dq_2}{dt} \tag{13}$$

Sustituyendo las derivadas parciales de C con respecto a q_1 y q_2, y las fórmulas de producción $\frac{dq_1}{dt}$ y $\frac{dq_2}{dt}$, se tiene:

$$\frac{dC}{\mathrm{dt}} =(2q_1+4q_2)(-3)+(4q_2+4q_1)(-2) \tag{14}$$

$$\frac{dC}{dt} =(2q_1+4q_2)(-3)+(4q_2+4q_1)(-2) \tag{15}$$

$$\frac{dC}{dt} =-6q_1-12q_2-8q_2-8q_1 \tag{16}$$

$$\frac{dC}{dt} =-14q_1-20q_2 \tag{17}$$

Al sustituir la expresión anterior en términos de t, se obtiene el siguiente resultado.

$$\frac{dC}{dt} =-14(150-3t)-20(100-2t) \tag{18}$$

$$\frac{dC}{dt} =-2100+42t-2000+40t \tag{19}$$

$$\frac{dC}{dt} =-2100+42t-2000+40t \tag{20}$$

$$\frac{dC}{dt} =82t-4\,100 \tag{21}$$

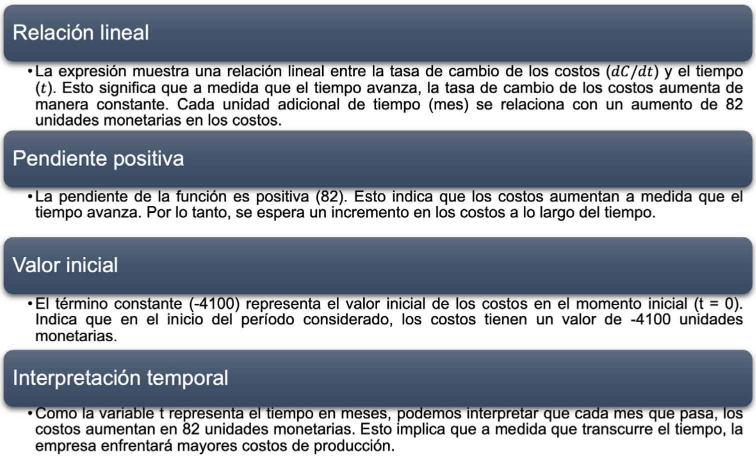
Respuesta:

La razón de cambio de los costos con respecto al tiempo está dada por 82*t*-4 100. Esta expresión muestra que la tasa de cambio de los costos con respecto al tiempo está determinada por la variable *t*. A medida que el tiempo *t* aumenta, la razón de cambio de los costos también aumenta linealmente con una pendiente de 82 unidades monetarias por mes. El término constante -4100 indica el valor inicial de los costos en *t=0*. Por lo tanto, se puede concluir que los costos aumentan a una tasa de 82 unidades monetarias por mes.

Al analizar la expresión obtenida para la razón de cambio de los costos con respecto al tiempo, $\frac{dC}{dt} = 82t - 4\,100$, se pueden destacar los siguientes puntos:

Figura 1.

Análisis de resultados del problema 2



En síntesis, el análisis de la expresión obtenida revela que los costos aumentan linealmente con el tiempo, con una tasa de cambio constante de 82 unidades monetarias por mes. Esto implica que la empresa debe estar preparada para enfrentar mayores costos de producción a medida que pasa el tiempo.

A continuación, se muestra una ruta para la redacción de problemas sobre costo marginal y pautas de solución:

Figura. 2

Ruta para la redacción de problemas sobre costo marginal

La ruta propuesta para la redaacción de problemas sobre costo marginal se estructura de forma lógica y clara. Comienza con la introducción del contexto y objetivo empresarial, seguida de una definición concisa y explicación del costo marginal. Luego, se presenta un escenario específico y se proporcionan los datos relevantes para resolver el problema. Finalmente, se plantea el problema de manera clara y precisa, enfocando la atención del lector en el objetivo principal de la resolución.

Pautas de solución:

1. Resolución del problema: Se guía al lector a través de los pasos necesarios para resolver el problema utilizando las pautas y fórmulas adecuadas. Se explica cada paso de manera clara y concisa, mostrando cómo se aplica el concepto de costo marginal en la solución.

2. Análisis de los resultados: Después de resolver el problema, se realiza un análisis de los resultados obtenidos. Se comentan las implicaciones de los costos marginales en las decisiones empresariales y cómo esto puede afectar la rentabilidad y la competitividad de la empresa.

3. Conclusiones: Se concluye resaltando la importancia de comprender y utilizar el concepto de costo marginal en la toma de decisiones empresariales. Se enfatiza la relevancia de considerar el costo marginal al evaluar la rentabilidad de las operaciones y se destacan las posibles acciones que la empresa puede tomar en función de los resultados obtenidos.

V. Conclusiones

1. Se revisaron los aspectos teóricos y prácticos sobre las distintas aplicaciones de las derivadas parciales en las Ciencias Económicas: Costo Marginal en las ciencias económicas basadas en la resolución de problemas.

2. La ruta propuesta para la redacción de problemas sobre costo marginal y las pautas de solución presentadas en este artículo ofrecen una estructura clara y coherente para comprender y abordar eficazmente los desafíos relacionados con el costo marginal en el ámbito empresarial. A través de la introducción al problema y la definición precisa del costo marginal, se sientan las bases teóricas necesarias para comprender su importancia y aplicabilidad en la toma de decisiones. La presentación del escenario específico y la inclusión de datos relevantes brindan un contexto práctico que permite al lector visualizar cómo se aplica el costo marginal en situaciones empresariales reales. Las pautas de solución proporcionadas guían al lector paso a paso para abordar los problemas de costo marginal de manera sistemática y efectiva. Estas pautas ofrecen claridad en cuanto a la metodología y los pasos a seguir, lo que facilita la aplicación del concepto y la resolución del problema planteado. Al seguir estas pautas, el lector puede obtener resultados precisos y confiables que ayuden a tomar decisiones informadas y estratégicas.

VI. Referencias

Arya, J., Lardner, R., y Ibarra Mercado, V. H. (2009). *Matemáticas aplicadas a la administración.* Pearson Educación. https://daltonorellana.info/wp-content/uploads/sites/436/2017/03/Matematicas-Aplicadas-Jagdish-Arya-Ed5.pdf

Barragán Moriana, M. (2003). Economía y matemáticas: productividad, trabajo y distribución de la renta: un estudio crítico. *[Tesis Doctoral].* Universidad Complutense de Madrid. https://webs.ucm.es/BUCM/tesis/cee/ucm-t26509.pdf

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques [Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas]. *Recherches En Didactique Des Mathématiques,* 7(2), 33–115. https://revue-rdm.com/1986/fondements-et-methodes-de-la/

Correa Jara, N. J. (2011). *Capítulo 5: Funciones de Varias Variables* . https://es.slideshare.net/NILBERJOSECORREAJARA/funcionesvariasvariables2011pdf

González, C. (2009). Matemáticas como recurso para economía. *Matemáticas y Sociedad,* 1(21), 1-12. https://imarrero.webs.ull.es/sctm04/modulo1/4/cglez.pdf

Hernandez Mendoza, S., y Duana Avila, D. (2020). Técnicas e instrumentos de recolección de datos. *Boletín Científico De Las Ciencias Económico Administrativas Del ICEA,* 9(17), 51-53. https://doi.org/10.29057/icea.v9i17.6019

Hernández Muñoz, D. A. (2020). El Cálculo Matemático aplicado a las Ciencias Económicas en el aula de clase. *Revista Multi-Ensayos,* 6(11), 13–20. https://doi.org/10.5377/multiensayos.v6i11.9283

Herrera Castrillo, C. J. (2023). Interdisciplinariedad a través de la Investigación en Matemática y Física. *Revista Chilena de Educación Matemática,* 15(1), 31-45. https://doi.org/10.46219/rechiem.v15i1.126

Herrera Castrillo, C. J. (2023). Metodología basada en competencias para el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Varela,* 23(65), 165–176. https://doi.org/10.5281/zenodo.7873784

Herrera Daza, R. (2013). La eficiencia y la equidad en los sectores público y privado: economía distributiva y justicia social. *Administración y Desarrollo,* 42(58), 39-57. https://doi.org/10.22431/25005227.112

López López, L. J., Rivera Díaz, R. E., Carrasco Sánchez, S. d., Medina Martínez, W. I., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Aplicaciones del cálculo integral en la compresibilidad de fluidos en un campo vectorial. *Revista Ciencia E Interculturalidad,* 32(1), 23-42. https://doi.org/10.5377/rci.v32i01.16232

López Sánchez, N. R., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Aplicaciones de las derivadas parciales en las Ciencias Económicas: Productividad marginal. *Revista Científica Tecnológica - RECIENTEC,* 6(3), 42-51. https://revistasnicaragua.cnu.edu.ni/index.php/recientec/article/view/8236

Meza, M. M. (2011). *Cálculo III.* Lima-Perú: THALES S.R.L. https://www.academia.edu/14577860/Calculo_III_Maximo_Mitacc_Meza_FL_Bajo

Ortuño Blandón, A. I., Ferrufino Amador, E. A., Pérez Ruíz, G. E., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Análisis de la integral definida para el cálculo de las magnitudes, fuerza y presión de un fluido en reposo. *Revista Torreón Universitario,* 12(34), 79–89. https://doi.org/10.5377/rtu.v12i34.16342

Ponce Herrera, G., López Valdivia, F. S., Canales Urrutia, C. I., Medina Martínez, W. I., y Herrera Castrillo, C. J. (2023). Implementación de la integral definida para el análisis de la viscosidad de fluidos. *Wani,* 39(79), 62-77. https://doi.org/10.5377/wani.v39i79.16921

Ricardo-Fuentes, E. L., Rojas-Morales, C. E., y Valdivieso-Miranda, M. A. (2023). Metacognición y resolución de problemas matemáticos. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED,* 53, 82-101. https://doi.org/10.17227/ted.num53-14068

Rico, M. A., y Tinto Arandes, J. (2009). Matemática borrosa: algunas aplicaciones en las ciencias económicas, administrativas y contables. *Contaduría Universidad De Antioquia*(52), 199–214. https://doi.org/10.17533/udea.rc.2169

Sánchez, M. Z., Mejías, M., y Olivety, M. (2022). Diseño de Metodologías Mixtas una revisión de las estrategias para combinar. *Revista Electronica Human@s Enfermería en Red,* 3, 10-13. https://publicaciones.unpa.edu.ar/index.php/boletindeenfermeria/article/view/904

Sydsaeter, K., y Hammond, P. (1996). *Matemáticas para el análisis económico.* Pearson Educación. https://www.academia.edu/32148581/_SH_Libro_Sydsaeter_Hammod_Matem%C3%A1ticas_para_el_An%C3%A1lisis_Econ%C3%B3mico

Urbán, R. (2015). Capítulo 6: *Cálculo con varias variables.* Notas de Clase | Facultad de Economía. http://rurban.icidac.org/index_archivos/Notas/Capitulo_6_Calculo_en_varias_variables.pdf

Viedma, J. A. (2010). Necesidad e importancia de las matemáticas en las Ciencias Económicas. *Lecturas De Economía,* 4(47), 101–115. https://doi.org/10.17533/udea.le.n47a4938

Zuazua, E. (2003). *Ecuaciones en derivadas parciales.* Universidad Autónoma de Madrid. https://paginaspersonales.deusto.es/enrique.zuazua/documentos_public/archivos/personal/notes/Apuntes-EDP-2020.pdf