



Transición de la aritmética al álgebra: Un estudio con estudiantes universitarios de Nicaragua

María Dolores Martínez Suárez¹
Tonys Romero Díaz²

Información de artículo:

Recibido: 03.03.2019

Aprobado: 05.05.2019

Palabras claves:

Aritmética,
álgebra,
dificultades,
diferencias,
resolución de ejercicios.

Keywords:

Arithmetic,
algebra,
difficulties,
differences,
solving exercise.

Resumen

El siguiente artículo presenta los resultados de una investigación sobre las principales dificultades que afectan la transición de la aritmética al álgebra en los estudiantes de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua (UNAN-MANAGUA), específicamente en la Facultad Regional Multidisciplinaria de Chontales (FAREM-Chontales). Es un tema de actualidad permanente en la Didáctica de la Matemática. En la revisión de la literatura se encontraron algunos conceptos importantes que permiten mejorar estas dificultades. El tipo de muestreo utilizado fue el no probabilístico, por tratarse de un estudio de enfoque mixto, el mismo se definió de forma voluntaria, tomando como criterio la forma que los estudiantes respondían el test, opinando y expresando sus ideas en la entrevista. Se analizaron los aspectos importantes sobre cómo mejorar las dificultades presentadas en el desarrollo de los contenidos de las unidades de aritmética y álgebra. Se concluye que el conocimiento que los estudiantes adquieren en el desarrollo de los contenidos de la unidad de aritmética y de álgebra es fundamental para las asignaturas siguientes al igual que en su ámbito profesional.

Transition from arithmetic to algebra: A study with university students from Nicaragua

Abstract

The following article presents the results of an investigation on the main difficulties affecting the transition from arithmetic to algebra in students of the National Autonomous University of Nicaragua, Managua (UNAN-MANAGUA), specifically in the Regional Multidisciplinary Faculty of Chontales (FAREM -Chontales). It

¹ Máster en Didáctica de la Matemática. Profesora Matemática y Física del Departamento de Ciencias de la Educación y Humanidades de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua-Managua (FAREM-Chontales). Correo: lolita.marsua@yahoo.es

² Doctor en Educación e Intervención Social. Profesor de Matemática y Estadística del Departamento de Ciencias de la Educación y Humanidades de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua-Managua (FAREM-Chontales). Correo: tonyromerong@hotmail.com  <https://orcid.org/0000-0003-3910-6980>



is a permanent issue today in Mathematics Education. In the review of the literature some important concepts were found that allow to improve these difficulties. The type of sampling used was non-probabilistic, since it is a mixed-focus study, it was defined voluntarily, taking as criteria the way students responded to the test, giving their opinions and expressing their ideas in the interview. Important aspects on how to improve the difficulties presented in the development of the contents of the arithmetic and algebra units were analyzed. It is concluded that the knowledge that students acquire in the development of the contents of the arithmetic and algebra unit is essential for the following subjects as well as in their professional field.

1. Introducción

Para mejorar la calidad educativa en Nicaragua, se debe asegurar que a los futuros ciudadanos se les brinde una educación con conocimientos científicos, tecnológicos y productivos, que le permitan enfrentarse y buscar soluciones a los problemas que se les presentan en todos los ámbitos que se desenvuelven.

La resistencia hacia las matemáticas es un factor que condiciona la capacidad de aprendizaje de los estudiantes, para ello los docentes deben tener en cuenta realizar la transposición didáctica adecuada, debido a que ésta es el mecanismo mediante el cual el docente toma el conocimiento y lo transforma para presentárselo a sus estudiantes.

Los problemas aritmético-algebraicos se definen como el conjunto que reúne a problemas que en el ámbito escolar se resuelven mediante el recurso a varias operaciones aritméticas elementales que se van combinando hasta obtener el resultado del problema (resolución aritmética), o bien mediante el planteamiento de ecuaciones que posteriormente se resuelven hasta obtener el resultado (resolución algebraica) (Gasco, 2014).

Algunas de las dificultades que se presentan en el área de las matemáticas radican en el paso que existe de la aritmética al álgebra. Se trata entonces de solucionar una de las dificultades por la que atraviesa la mayoría de los estudiantes cuando se da el trabajo con números al trabajo con letras.

Llega el momento el cual todos esos conjuntos son sustituidos por letras y comienza la enseñanza total del álgebra “Los procesos aritméticos no están desligados de los procesos algebraicos, la matemática juega un papel importante de mediador entre ambos procesos” (Rojas, 1999, p. 19).

La investigación presenta las dificultades que los estudiantes muestran al realizar operaciones tantas numéricas como algebraicas, también los resultados que se obtienen al realizar el test de ambas unidades; y la entrevista realizada a estudiantes indica que uno de los principales retos que se presentan al recibir la asignatura de

matemática general es la contextualización del contenido, esto representa todo un desafío al proceso enseñanza aprendizaje.

2. Literatura

2.1 Transición de la aritmética al álgebra

Se pueden identificar varios inconvenientes en el paso de la aritmética al álgebra, la escuela a través de su proceso de enseñanza aprendizaje, entendido por primaria y parte de la secundaria, trabaja con conjuntos numéricos concretos tales como números naturales, enteros y racionales.

Ya que las letras hasta ese momento se utilizan para cuestiones relacionadas con el lenguaje, es decir, en un sentido sintáctico que obtienen una validez según las situaciones, lo que indica que no todos los estudiantes distinguen las letras de la misma manera, además deben ligar su conocimiento a las estructuras numéricas y generar relaciones para poder operar con ellas en el campo de las matemáticas. Dentro de la cotidianidad, las letras suelen usarse sin tanta rigurosidad que pueden estar ubicadas dentro de la lingüística, la oralidad, mientras el matemático es preciso y acata unas reglas que no son modificables las cuales deben tener una codificación exacta de cada uno de sus símbolos en palabras de Campuzano (2016): “Es un lenguaje nuevo que permite manejar como conocidas las cosas desconocidas” (p. 38).

2.2 Dificultades en la transición de la aritmética al álgebra

Dentro de los factores que explican las dificultades en la resolución correcta de las expresiones algebraicas se encuentran: escaso manejo de expresiones simbólicas; falta de conexión entre el lenguaje algebraico y el numérico; abuso en el uso de calculadoras; conocimiento insuficiente de la estructura aritmética que se traduce en una manipulación algebraica errónea (Osorio, 2016).

Estas dificultades se han encontrado en los estudiantes al realizar ejercicios algebraicos, pues en los ejercicios aritméticos a ellos se les hace fácil realizar ejercicios mecánicos, pero al combinarlos con las letras no se percatan que son operaciones aritméticas.

Existen dificultades al comprender y usar el concepto de variable adecuadamente, los estudiantes no interpretan sus significados y presentan diversas dificultades cuando requieren trabajar con ellas, por ejemplo: ignoran la variable, la asumen como un objeto, no pueden modelar problemas, operan con las expresiones algebraicas como operan con las expresiones numéricas.

Los estudiantes se quedan con el uso sin significado de las letras y eso explica la dificultad a la hora de resolver problemas, pues no encuentran en el lenguaje simbólico las herramientas para el establecimiento de una relación o el planteamiento de una ecuación necesaria para entender, interpretar y trabajar con una determinada situación (González, 2012).

2.3 La Solución de Ejercicios (desarrollo de habilidades)

Para el desarrollo de habilidades y capacidades que un estudiante debe poseer en la solución de ejercicios y problemas, Woods (2001) expresa que se deben conocer las técnicas que permitan mejorar la creatividad, identificando la disposición y actitud del estudiante.

2.3.1 Soluciones de problemas

Polya (2006) plantea que los estudiantes tienen dificultades a la hora de resolver problemas debido a los siguientes factores: escasez de conocimientos adquiridos, la capacidad de realizar deducciones a partir de la representación propia que se hacen del problema, la dificultad para aprender la información que se necesita y que influye de manera directa en concertar la solución correcta y, la experiencia que se posee de problemas similares.

La dificultad en la capacidad para resolver problemas depende de dos elementos: los conocimientos previos y los adquiridos continuamente que son importantes para resolver un tipo dado de problemas; y la memoria del sujeto.

2.4 Teorías sobre la solución de problemas

La mayor parte de las teorías psicológicas que han efectuado estudios sobre el aprendizaje ha intentado también comprender cómo se produce el proceso de solución de un problema (Salvat, 2010):

Una de las primeras teorías sobre este tema se sitúa dentro del paradigma asociacionista, según las posturas asociacionistas, el aspecto fundamental para conocer cómo se soluciona un problema estriba en poder establecer la relación de los mecanismos de selección de respuestas.

La teoría de la Gestalt citado por Duero (2003), intenta dar un enfoque diferente al desarrollado por el asociacionismo y, de hecho, se sitúa en el extremo contrario. En las investigaciones sobre la solución de problemas la Gestalt centra la atención en la estructura del problema.

2.5 Factores que intervienen en la resolución de ejercicios de aritmética y álgebra

Los factores que intervienen en la resolución de problemas o ejercicios aritmético según Barroso (2012), pueden dividirse según el ámbito al que pertenecen, es decir, existen factores relativos al:

- Problema matemático a resolver.
- Alumno que resuelve el problema.
- Contexto en que el alumno, unas veces, aprende a resolver y, otras, resuelve el problema matemático.

En el lenguaje matemático se utilizan palabras y símbolos que también se emplean en el lenguaje ordinario, pero con un significado totalmente distinto. A su vez el lenguaje matemático se distingue del ordinario en cuanto a la exigencia de precisión a la hora de expresar los conceptos y en cuanto a la ausencia de expresiones personales y juicios de valor.

2.6 Errores del álgebra que están en la aritmética

El significado de los signos usados es el mismo en ambas ramas de las matemáticas. El álgebra no está separada de la aritmética y aquella se puede considerar con la perspectiva de la aritmética generalizada.

De aquí se requiere que estos sean antes asimilados dentro del contexto aritmético, por eso, a veces las dificultades que los estudiantes encuentran en el álgebra, no son tanto dificultades en el álgebra como problemas que se quedan sin corregir en la aritmética. Al respecto Medina y Socas Rabayna (2010) afirman que se puede considerar que hay un cambio previo, natural que es la aritmética, el campo primero.

De manera general, los pensamientos algebraicos tratan de buscar respuestas a las principales interrogantes en torno a la naturaleza del álgebra y a los procesos de pensamiento implicados, los cuales facilitan procesos significativos de enseñanza-aprendizaje del álgebra y permiten a los estudiantes construir significados para los símbolos algebraicos y para su manipulación. Sin embargo, hay muchas las preguntas que hoy día, no tienen respuesta en el tratamiento del álgebra en la educación obligatoria.

2.7 La didáctica de la matemática

Godino (2011), define la concepción fundamental de la Didáctica de la Matemática como una ciencia que se interesa por la producción y comunicación de los conocimientos

matemáticos, en lo que esta producción y comunicación tienen aspectos específicos similares, tales como:

- Las operaciones esenciales de la difusión de los conocimientos, las condiciones de esta difusión y las transformaciones que produce.
- Las instituciones y las actividades que tienen por objeto facilitar estas operaciones.

Se argumenta, que este enfoque es útil en el estudio de las transformaciones de la matemática, bien sea desde el punto de vista de la investigación o de la enseñanza; ya que siempre ha formado parte de la actividad del matemático, de igual modo que la búsqueda de problemas y situaciones que se requiera para su solución, tales como una noción matemática o un teorema.

3. Metodología de la Investigación

El universo de estudio lo constituye el conjunto de elementos que se investigará para conocer las características de los sujetos. En este caso el universo lo conforman los estudiantes que recibieron Matemática General en el Segundo Semestre del año 2017. La población de estudio fue de 138 estudiantes de las carreras seleccionadas que reciben la asignatura.

La muestra de estudiantes está compuesta por 65 estudiantes de las cuatro carreras, en cada uno de los turnos. Solo que la selección de los estudiantes fue mediante el muestreo voluntario donde a los estudiantes se les explicó el motivo de la investigación y ellos de forma voluntaria realizaron el test tanto de aritmética como de álgebra. Para el análisis cualitativo, igualmente el muestreo fue voluntario en los mismos grupos compuesta por 24 estudiantes, lo que permitió la obtención de información suficiente para la realización del estudio.

Para el análisis cuantitativo se recogió la información mediante cuestiones cerradas que se plantean al sujeto de forma idéntica y homogénea, lo que permitió su cuantificación y tratamiento estadístico, trata de cuantificar medir y graduar los fenómenos y su intensidad. Lemelin (2004), afirma que la principal ventaja de los modelos estadísticos es que permiten pasar de una teoría expresada verbalmente a un modelo expresado matemáticamente.

Para el análisis cualitativo una vez que contamos con toda la información reunida y terminado el trabajo de campo se hizo el análisis de todos los datos. Esta información se ha recogido teniendo en cuenta los objetivos del estudio, así como las modificaciones que pudieran haberse introducido en el desarrollo de la misma. Según Fernández (2002), el análisis de los datos es la etapa de búsqueda sistemática y reflexiva de la información obtenida a través de los instrumentos.

4. Resultados

Según los resultados obtenidos en el test de aritmética, inferimos que los estos estudiantes tienen poco dominio en la resolución de ejercicios, confunden las propiedades de la potenciación.

$$b)(5^3)^4 = 5^{12} \text{ F porque se suman los exponentes}$$

En las operaciones con fracciones y la ley de los signos.

$$\Rightarrow \left[\left(2 - 1\frac{2}{3} \right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \right) \right] + \left(5 - \frac{2}{3} \right) =$$

$$\left[2 - 2 + 1\frac{2}{3} \right] \div \frac{19}{5} \quad -\frac{12}{5} \div \frac{19}{5} = -\frac{60}{19}$$

$$\left[-6 + 1\frac{2}{3} \right] \div \frac{19}{5}$$

En la resolución de problemas, traducen literalmente el enunciado, no identifican las operaciones a desarrollar, generaliza de manera incorrecta los procedimientos que ya domina, por lo que el estudiante se acostumbra a resolver ejercicios mecánicos y cuando se encuentra frente a un problema matemático se le dificulta su interpretación por lo que se le hace cómodo no resolverlo y si lo resuelve no utiliza los conocimientos para interpretar las respuestas.

3. Resuelva el siguiente problema.

a) Un Joven desea que le confeccionen un pantalón y un saco, la costurera le indica que necesita para el un pantalón $1\frac{1}{2}$ yardas de tela y $1\frac{3}{4}$ yardas para el saco. ¿Cuántas yardas de tela necesita el joven comprar?

$$1\frac{1}{2} \text{ Pantalón} \quad 1\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4} = \frac{5+4}{8} = \frac{9}{8}$$

$$1\frac{1}{4} \text{ Saco}$$

Los resultados obtenidos en el test de álgebra mostraron que los estudiantes no ordenan según sus términos semejantes, por lo que se les dificulta la reducción de términos semejantes y aplicación de la ley de los signos.

1. Efectué

$$\begin{aligned}
 a) \text{ Sume } & 3x^2 - 4xy + y^2; -5xy + 6x^2 - 3y^2; -6y^2 - 8xy - 9x^2 \\
 & (3x^2 - 6x^2 - 9x^2) + (-4xy - 5xy - 8xy) + (y^2 - 3y^2 - 6y^2) \\
 & = -12x^2 - 17xy - 8y^2
 \end{aligned}$$

Algunos estudiantes se les dificultan traducir del lenguaje natural al lenguaje algebraico, en la resolución de problemas donde no pueden escribir ni resolver las ecuaciones que reflejan entre datos y las incógnitas.

Resuelva los siguientes problemas.

a) Un hotel tiene habitaciones dobles y sencillas. En total hay 50 habitaciones y 87 camas ¿Cuántas habitaciones tiene de cada tipo?

<i>Datos</i>	<i>Ecuación</i>	
50 h	$50 - 87 = 37$	$37 \times 2 = 74 \rightarrow$ <i>Habitaciones dobles</i>
87 c	$50 - 37 = 13$	$+ \frac{13}{87} \rightarrow$ <i>Habitaciones sencillas.</i>

Continuando con el análisis, las dificultades que presentaron en el test de aritmética fueron las siguientes:

1. Descomposición factorial.
2. Procedimiento para encontrar m.c.d y m.c.m.
3. Procedimiento al resolver ejercicios en las operaciones con fracciones y ley de signos.
4. Análisis del problema.
5. Regla de las propiedades de la potenciación.
6. Uso incorrecto de la raíz cúbica.

Las dificultades presentadas en el test de Álgebra fueron las siguientes:

1. Términos semejantes.
2. Ley de los signos.
3. Propiedades de la potenciación.
4. Análisis del problema.
5. Traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico.
6. Regla de los productos notables.

7. Reglas para factorizar.
8. Transposición de signos de un miembro a otro en las ecuaciones tanto lineales como cuadráticas.

Las dificultades que los estudiantes encuentran en el álgebra, son problemas que se quedan sin corregir en la aritmética, por lo tanto, no se puede considerar únicamente como una simple generalización de la aritmética, los pensamientos algebraicos tratan de buscar respuestas a los principales interrogantes en torno a la naturaleza del álgebra, el proceso enseñanza-aprendizaje del álgebra permite a los estudiantes construir significados para los símbolos algebraicos y para su manipulación.

Al realizar la entrevista, los estudiantes manifestaron, se encontró que hay dificultades por la explicación del docente:

Tienen dificultad en la asimilación de contenidos de las unidades de aritmética y álgebra, ya que manifiestan que no le toman mucha importancia, por actitud negativa que van arrastrando desde la secundaria, porque las clases al impartirlas no son interactivas ni dinámicas, las explicaciones son muy rápidas y los procedimientos son diferentes en todos los ejercicios de álgebra. (Estudiante 3)

También consideraron los prerrequisitos para la unidad de álgebra:

Los conocimientos previos que deben poseer para aprender álgebra son: Las operaciones fundamentales de la aritmética, ley de los signos, operaciones con fracciones, simplificar, resolución de problemas paso a paso, despeje, propiedades de la potenciación. (Estudiante 5)

Destacamos que son importantes los conocimientos aritméticos para la solución de los ejercicios algebraicos, porque es el puente o mecanismo de solución de los ejercicios algebraicos, están estrechamente ligados y hace más sencillos la resolución de ejercicios de álgebra, se relacionan entre si y los procedimientos que se ponen en práctica en aritmética se emplean en álgebra, si no se comprende una simple operación aritmética no se lograr resolver los ejercicios algebraicos, es una unidad que requiere de mucha práctica para tratar de asimilarlo en base a la teoría, si domina poco aritmética tendrá problemas en álgebra, hay contenidos algebraicos que se relacionan con aritmética.

Dentro de las actividades realizadas para la enseñanza de la aritmética y el álgebra son se encontraron: Explicación por parte del docente, participación de los estudiantes, resolución de ejercicios en el cuaderno, participación en la pizarra, exposición de ejercicios, trabajos en equipos.

Resaltamos que el álgebra le sirve al estudiante para enriquecer los conocimientos matemáticos, desarrollar habilidades del pensamiento lógico, adquirir nuevos

conocimientos y ponerlos en práctica en otras asignaturas, tener mejor conocimiento y aplicarlos a situaciones de la vida diaria, aplicarlos en otros contenidos más complejos.

Después de haber analizado los test aplicados de aritmética y álgebra observamos las dificultades más frecuentes, se comprobaron en la entrevista y se destaca que estas dificultades son persistentes en ambas unidades, pues el estudiante expresa que se le dificulta el álgebra en la resolución de ejercicios, aun sabiendo que son procedimientos aritméticos.

5. Discusión y conclusiones

De acuerdo a los test y entrevista aplicada a estudiantes que recibían Matemática General, encontramos las siguientes dificultades que se pueden mejorar el proceso enseñanza aprendizaje:

- ▶ La mayoría de los estudiantes presentan dificultad en la resolución de ejercicios aritméticos, por lo tanto tienen dificultad en la solución de ejercicios algebraicos.
- ▶ Algunos estudiantes ya están predispuestos al recibir la asignatura por lo que se les dificulta la solución de ejercicios tanto aritméticos como algebraicos.
- ▶ Los estudiantes no tienen la práctica para expresar formalmente procedimientos o métodos que se emplean para resolver un problema.
- ▶ El álgebra no es una temática que guste a la mayoría de los estudiantes, una buena parte de ellos la consideran aburrida.
- ▶ En los grupos se encontraron estudiantes que manejan muy bien los contenidos, tienen una buena base.
- ▶ Algunos estudiantes, independiente de la carrera que estudian presentan, muchas dificultades en los temas de aritmética y álgebra.
- ▶ El conocimiento que los estudiantes adquieren en el desarrollo de los contenidos de la unidad de aritmética y de álgebra es fundamental para las asignaturas siguientes, al igual que en su ámbito profesional.

6. Lista de referencias

- Barroso, J. J. (2012). Dificultades de Aprendizaje e Intervención Psicopedagógica en la Resolución de Problemas Matemática. *Revista de Educación de la Universidad de Huelva.*, p(14-16).
- Campuzano, W. A. (2016). *Transición Aritmética al Álgebra en la Factorización de Expresiones Algebraicas*. Medellín: Universidad de Antioquía, Facultad de Educación.

- Duero, D. (2003). *La Gestalt como teoría de la percepción y como epistemología: aportes y desarrollados*. Universidad nacional de Córdoba, 25.
- Fernández, P. (2002). *Investigacion Cualitativa. Retos e Interrogantes*. Metodologia de la Investigación, p.24.
- Gasco, J. (2014). *La Motivación en la Resolución de Problemas Aritméticos - Algebraicos*. España: Education & Psychologi.
- Godino, J. D. (2011). Hacia una Teoria de la Didáctica de la Matemática. Area de Conocimiento: *Didáctica de la Matemática*, p(20-21).
- González, E. (2012). *Del Lenguaje Natural al lenguaje Algebraico*. Bogotá, Colombia: Universidad Nacional de Colombia.
- Lemelin, A. (2004). *Métodos Cuantitativos*. Puebla: Universidad Autónoma de Puebla, Direccion General de Fomento Editorial.
- Medina, M. M., & Socas Rabayna, M. (2010). *Algunos Obstáculos Cognitivos en el Aprendizaje del Lenguaje Algebraico*. I Seminario Nacional Sobre Lenguaje y Matemáticas, 4.
- Osorio, M. (2016). *El paso de la aritmética al álgebra*. Colombia: Universidad Nacional de Colombia.
- Polya, G. (2006). *Como Plantear y Resolver Problemas*. México: Trillas.
- Rojas, P. (1999). *Transición de la aritmética al álgebra*. Bogotá- Colombia: Grupo editorial Gaia.
- Salvat, B. G. (2010). La Enseñanza de Estrategias de Resolucion de Problemas mal Estructurados . *Educación*, (pp. 418-420).
- Woods, D. (2001). *Análisis de los hechos, definición del problema y planteamiento de soluciones*. México: Universidad Iberoamericana.