



Dominio y concepciones sobre las fracciones de estudiantes para maestro de Educación Primaria: Un estudio comparativo entre España y Nicaragua

Elebe Williams Muller¹, Lina Viviana Melo², Ana Caballero Carrasco³, Luis Manuel Soto-Ardila⁴

INFORMACIÓN DEL ARTÍCULO

Recibido: 05.04.2020

Aprobado: 05.05.2020

Palabras claves:

Concepciones,
Estudiantes, Maestros
Fracciones,
Educación Primaria

Keywords:

Conceptions,
Students, Teacher,
Fractions,
Elementary Education.

RESUMEN


Es de mucha pertinencia y relevancia investigar sobre los conocimientos que vienen adquiriendo los futuros profesores de educación primaria. Esto conlleva a la presente investigación que se centra en el dominio que tiene un grupo de estudiantes para maestro de Educación Primaria sobre el concepto de fracción en Nicaragua y España. Los resultados muestran que los estudiantes para maestro de primaria en España tienen un dominio de la fracción como parte-todo, operador, decimal y razón, mostrando limitaciones en la fracción como medida y reparto. Con relación a los estudiantes para maestro de primaria de Nicaragua, mostraron dominio en la fracción como parte-todo, pero no así en las demás categorías de análisis. Además, los estudiantes para maestro mostraron limitaciones al explicar los procesos de solución de los ejercicios.


Mastery and conceptions of student fractions for Primary Education Teacher: A comparative study between Spain and Nicaragua


ABSTRACT

It is highly relevant to investigate the knowledge that future teachers of elementary education will acquire. This leads to the present research that focuses on the mastery of a group of students for Primary Education teachers on the concept of fraction in Nicaragua and Spain. The results show

¹ Máster en Estadística Computacional. Profesor de la Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense – Recinto Universitario Bilwi. Email: elebe.williams@uraccan.edu.ni,  <https://orcid.org/0000-0002-5238-6481>

² Doctora en Didáctica de las Ciencias Experimentales y Matemáticas. Profesora del Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas de la Facultad de Educación de la Universidad de Extremadura. Email: lv Melo@unex.es,  <https://orcid.org/0003-4771-058X>

³ Doctora en Didáctica de las Ciencias Experimentales y Matemáticas. Profesora del Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas de la Facultad de Educación de la Universidad de Extremadura. Email: acabcar@unex.es,  <https://orcid.org/0000-0001-7538-3833>

⁴ Máster Universitario en Investigación en Didáctica de las Ciencias Experimentales y Matemáticas. Profesor del Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas de la Facultad de Educación de la Universidad de Extremadura. Email: luismanuel@unex.es  <https://orcid.org/0000-0002-1041-4077>



that students of elementary school teaching in Spain understand fraction as part of a whole, operator, decimal and ratio, and showing limitations on the fraction as a measure and distribution. On the other hand, Students of elementary school teaching in Nicaragua understand fraction as part of a whole as well, but it is not like this in the other categories of analysis. In addition, students of elementary school teaching in Nicaragua have limitations when explaining the process of solving exercises.

1. Introducción

Un aspecto relevante en la investigación educativa han sido los conocimientos que tiene el profesorado de matemática para la enseñanza de las matemáticas como un elemento fundamental en la calidad de la enseñanza en las aulas de clase. Ello ha permitido realizar un mayor análisis del trabajo docente y de la forma en que profundiza sobre los conocimientos matemáticos en la práctica del aula, lo cual ha contribuido a los procesos de formación de los nuevos profesores de matemática (Rojas, Flores y Carrillo, 2012).

Uno de los temas con mayor interés en el conocimiento matemático del profesorado de educación primaria han sido las fracciones, por su carácter esencial en la resolución de problemas (Fernández, Callejo y Marquez, 2012), por su importancia para el estudio del álgebra (Ferreyra, Rechimont, Parodi y Castro, 2010) y porque permite a los estudiantes reformar y consolidar su conocimiento conceptual sobre los números (Stelzer, Andrés, Canet y Introzzi, 2016).

Así, en este trabajo, hacemos un análisis comparativo del dominio del concepto de fracción con un grupo de estudiantes para maestro de Educación Primaria (EMEP) de Nicaragua y otro de España. Esta investigación tiene su relevancia desde su marco muestral, al considerar dos centros de estudios con características diferentes, que permite visualizar la existencia o no de las limitaciones comunes en esta temática. Desde la pertinencia, es una de las temáticas con mayor dificultad en los diferentes niveles de educación, así que, en concordancia con Ríos (2011), consideramos que el dominio que deben tener los futuros profesores sobre las fracciones les permitirá tener mayores herramientas para enseñar.

2. Literatura

2.1 Las fracciones en los diferentes niveles educativos

Las fracciones son uno de los contenidos comunes en todos los niveles educativos (Butto, 2013). En Nicaragua, por ejemplo, el contenido de la fracción se desarrolla desde cuarto de primaria, con una unidad denominada fracciones, cuyo fin es que el alumnado plantee y resuelva problemas prácticos en los que utilice fracciones (Ministerio de Educación [MINED], 2009). De igual manera, en España, las fracciones

se incluyen como parte del estudio de la aritmética en primaria (Escolano y Gairín, 2005), comenzando su desarrollo en el cuarto curso (Decreto 103/2014).

En Secundaria, las fracciones se encuentran referidas de forma explícita, pero en los niveles subsecuentes la aplicación de estas aparece de forma implícita (Ríos, 2011). Así, en Nicaragua, las fracciones en secundaria se abordan en el séptimo grado (niños entre 12 y 13 años) desde el desarrollo de la unidad de conjunto de los números racionales y proporcionalidad. En el curso siguiente, en el octavo grado, el concepto de fracciones se vincula como parte de la enseñanza del conjunto de los números reales y posteriormente se desarrolla de forma implícita en el resto de los bloques de contenidos (MINED, 2009), dado que se concibe como una generalización de la aritmética (Vega, Molina y Castro, 2012).

Con relación a España, dentro de los cinco bloques en que se divide el contenido matemático (Procesos, métodos y actitudes en matemáticas; Número y álgebra; Geometría; Funciones; y Estadística y Probabilidad), las Fracciones se encuentran incluidas en el Bloque 2: “Números y Álgebra” de forma explícita en 1º, 2º y 3º de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) (niños entre 12 y 15 años) (Decreto 98/2016). Sin embargo, en ambos países, tanto en bachillerato como en el ámbito universitario las fracciones se desarrollan prioritariamente de forma implícita. Butto (2013) destaca cómo a pesar de que los estudiantes pasan un tiempo razonables en las aulas aprendiendo el concepto de fracción, continúan presentando múltiples dificultades en su comprensión.

Independientemente del nivel educativo, el aprendizaje de las fracciones se ha visto limitado por diferentes factores. Ríos (2007) enfatiza que las dificultades en el aprendizaje de las fracciones se deben a las diversas interpretaciones (acepciones, representaciones, concepciones, constructos) que admite este concepto; entre estas acepciones tenemos parte todo (sub-área), razón (subconjunto), reparto (división indicada), operador, número racional y número decimal (cociente). Mendoza (2018) destaca la dificultad en la comprensión del significado parte-todo de la fracción. Ríos y Escalona (2002) y Ríos (2005) también destacan las limitaciones en competencias procedimentales y conceptuales asociadas a las fracciones, pero también en las diversas interpretaciones, relaciones de orden, equivalencias y fracción decimal.

2.2 El profesorado de primaria y el dominio sobre las fracciones

El profesorado y su conocimiento profesional en las matemáticas juegan un rol importante en los procesos de adquisición de competencias matemáticas por parte del alumnado. En este sentido, Rojas, Flores y Carillo (2012), destacan la importancia del grado de conocimiento matemático que el profesor debe tener para el desarrollo de un contenido en el aula de clase. Al respecto, Fernández, Callejo y Márquez (2012)

enfocan su estudio desde el conocimiento matemático y los conocimientos pedagógicos como factores fundamentales para la enseñanza de las fracciones.

Además, Ríos (2011), en una investigación sobre las concepciones sobre las fracciones con docentes en formación, destacó que el 59.69% mostraron tener un bajo dominio de las competencias conceptuales. Por otro lado, Ball (1990) señaló la dificultad del profesorado por interpretar las fracciones como división en términos de reparto y sus limitaciones para explicar el proceso realizado. González y Eudave (2018), sin embargo, evidenciaron diferencias a la hora de realizar actividades con números decimales frente al uso de fracciones y la necesidad del profesorado por transformar las fracciones en números decimales para resolver los problemas planteados.

Rojas, Flores y Carrillo (2012) en un estudio sobre la enseñanza de los números racionales, hallan cómo el profesorado hace uso mayoritariamente de las fracciones como parte-todo aludiendo de forma implícita a la fracción como cociente. Ríos (2007) refuerza esta afirmación señalando que en muchos casos muestran como el único concepto (fracción como parte-todo) que se trabaja en las aulas de clase. Además, Gómez y Contreras (2009), concluyen que, “a pesar de que hay una variedad de algoritmos disponibles para la división de fracciones, parece que la enseñanza enfatiza excesivamente el algoritmo de productos cruzados o el de invertir y multiplicar, además de hacerlo en situaciones descontextualizadas” (p.170). Esto plantea la necesidad de desarrollar nuevos procesos formativos con miras a la adquisición de conocimientos matemáticos y competencias didácticas del profesorado, lo cual permitirá el desarrollo profesional y el cambio de nuevas prácticas educativas (Godino, Batanero y Font, 2007).

2.3 Concepciones sobre las Fracciones y sus Categorías de Análisis en Educación Primaria

Diversas investigaciones plantean sistemas de categorías del conocimiento matemático en el desarrollo de las concepciones de las fracciones como la parte-todo, reparto, operador, razón, medida, decimal y como número racional (Batanero, Font y Godino, 2017; Stelzer, Andrés, Canet, Juric, Introzzi y Urquijo, 2016; Ríos, 2007, 2010, 2011). Por otro lado, Rojas, Flores y Carrillo (2012) analizaron las fracciones desde un enfoque fenomenológico, haciendo énfasis en la fracción como medición y partición de una unidad, acciones de dividir, partir y repartir, donde la medida no está contenida en un número exacto.

Todas estas concepciones son consideradas dentro de las tipologías de objetos matemáticos primarios para el aprendizaje y la enseñanza de las fracciones (Batanero, Font y Godino, 2017), las cuales indica que la apropiación de estas categorías permitirá al futuro maestro de educación primaria consolidar su conocimiento profesional, pero también tener herramientas para desarrollar desde la didáctica dicho contenido. Rojas (2010) define estas categorías como:

- a. Relación parte-todo, donde un todo se dividen en partes iguales y se consideran algunas de esas partes;
- b. Como cociente, como el resultado de dos enteros a/b , donde a no es divisible por b , dentro del conjunto de los enteros;
- c. Como razón, la relación entre dos cantidades o conjuntos de unidades;
- d. la fracción como operador se describen como una transformación mediante un operador, la cual puede ser multiplicación o división (Llinares y Sánchez, 1998);
- e. La fracción como medida, determina cuántos grupos de un tamaño determinado se pueden formar con un número dado de objetos (Fernández, Callejo y Márquez, 2012) y
- f. La fracción como decimal, parte de la relación de las fracciones equivalentes donde su grafica o su cociente es el mismo (Ríos, 2007).

Muñoz (2018) tiene en cuenta estas categorías y analiza la comprensión de los conceptos de los números irracionales en estudiantes de secundaria de una zona rural. En dicho estudio se concluye que no existen diferencias significativas entre los hombres y las mujeres en la comprensión de los números irracionales y por lo tanto de los números reales. Por otro lado, Manfreda, Hodnik y Yula (2018), concluyen que existe una diferencia significativa entre los estudiantes de primaria de Eslovenia y de Kosovo con relación al conocimiento de la fracción en detrimento de estos últimos. No se ha encontrado un estudio que considerare el dominio y las concepciones de las fracciones en relación con el sector rural y urbano.

3. Metodología de investigación

El estudio desarrollado se centra en una investigación no experimental o ex – post – facto a través de un estudio descriptivo caracterizado por la complementariedad de metodología cuantitativa y cualitativa.

3.1 Pregunta de investigación

En base a todo lo anterior, nos planteamos las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Qué diferencias existen en el dominio del concepto de fracción entre EMEP españoles y nicaragüenses?
- ¿Qué diferencias existen en el dominio del concepto de fracción de los EMEP en relación con el sexo?
- ¿Qué diferencias existen en el dominio del concepto de fracción entre EMEP del sector rural y del sector urbano?

3.2 Objetivos de investigación

En este sentido, nos planteamos el siguiente objetivo general:

1. Analizar el dominio del concepto de fracción que presentan los EMEP de España y de Nicaragua.

Como objetivos específicos de éste nos planteamos los siguientes:

- 1.1 Determinar si existen diferencias en el dominio del concepto de fracción entre EMEP españoles y nicaragüenses.
- 1.2 Analizar si existen diferencias en el dominio del concepto de fracción en los EMEP en relación con el sexo.
- 1.3 Determinar si existen diferencias en el dominio del concepto de fracción entre los EMEP del sector rural y los del sector urbano.
- 1.4 Determinar las dificultades que tienen los EMEP a la hora de resolver situaciones que requieren el uso de fracciones de forma explícita y las formas en que pueden abordar estas temáticas con sus futuros estudiantes.

3.3 Hipótesis de investigación

Para poder comparar el dominio que tienen los grupos de estudio se plantearon las siguientes hipótesis:

1. Los EMEP de España presentan mayor dominio de las concepciones de las fracciones que los EMEP de Nicaragua.
2. No existen diferencias significativas entre estudiantes para profesores de educación primaria del sector rural y el sector urbano.
3. No existen diferencias significativas en el dominio de las concepciones de las fracciones en los EMEP entre hombres y mujeres.

3.4 Participantes investigación

La muestra, constituida mediante un muestreo no probabilístico ocasional o de conveniencia, está formada por un total de 56 EMEP, de los cuales 38 son españoles y 18 nicaragüenses. En cuanto a la variable sexo, de los 38 EMEP españoles, 8 (21.1%) son hombres y 30 (78.9%) son mujeres y de los 18 EMPE nicaragüenses, 3 (16.7%) son hombres y 15 (83.3%) son mujeres. Conjuntamente, la muestra está constituida por 11 varones (19.6%) y unas 45 mujeres (80.4%). Con relación a lugar de origen, 30 (53.6%) estudiantes proceden del sector urbano y 26 (46.4%) del sector rural.

Todos los participantes han cursado asignaturas relacionadas con la didáctica de las matemáticas y durante estos espacios han reflexionado sobre la enseñanza de las fracciones en educación primaria.

3.2 Instrumento

Para la recolección de los datos se utilizó un cuestionario elaborado a partir de distintas investigaciones (Batanero, Font y Godino, 2017; Stelzer *et al.*, 2016; Ríos, 2007, 2010, 2011;). El instrumento cuenta con seis tareas, una para cada categoría de las indicadas por Rojas (2010) y que han sido descritas en líneas anteriores: i) Fracción como parte-todo; ii) Fracción como reparto; iii) Fracción como operador; iv) Fracción como medida; v) Fracción como decimal y vi) Fracción como razón. A cada tarea le siguen tres preguntas abiertas que nos han permitido recabar información, mediante una metodología cualitativa, acerca de las concepciones que tienen los EMPE sobre las fracciones, concretamente sobre: las dificultades encontradas al realizar la tarea, el curso o grado elegido por los EMEP en el que sería pertinente incluir esta tarea y las posibles explicaciones que darían a sus futuros estudiantes sobre cada tarea.

Por otra parte, mediante una metodología cuantitativa, hemos analizado los niveles de dominio utilizados para caracterizar las concepciones; dichos niveles fueron: excelente concepción (1), muy buena concepción (2), buena concepción (3), regular concepción (4) y no tiene o tiene mala concepción de las fracciones (5). (Anexo 1). Un ejemplo se presenta en la tabla 1.

Esto nos permiten analizar, de forma cualitativa, las concepciones que tienen sobre las fracciones los EMEP y de forma cuantitativa el nivel de dominio que tienen sobre esta temática. Para un análisis cuantitativo, el instrumento fue valorado a 30 puntos, donde cada actividad tiene un valor de 6 puntos. El nivel de dominio de la fracción será la suma de las puntuaciones en cada ejercicio.

Tabla 1. Niveles utilizados para caracterizar las concepciones sobre las fracciones

Nivel	Descripción
Excelente concepción (1)	Calificación obtenida entre 25- 30.
Muy buena concepción (2)	Calificación obtenida entre 19-24.
Buena concepción (3)	Calificación obtenida entre 13-18.
Regular concepción (4)	Calificación obtenida entre 7-12.
No tiene o tiene mala concepción de las fracciones (5).	Calificación obtenida entre 0-6.

3.3 Análisis de los datos

Para el análisis cuantitativo de los datos, éstos fueron depurados, codificados y analizados utilizando el programa SPSS.²⁴ (Statistical Package for the Social Sciences). Para analizar las concepciones de los estudiantes para maestro sobre las fracciones, se realizó un análisis descriptivo de las respuestas a cada tarea. A partir de las puntuaciones establecidas, se obtuvo una puntuación promedio para cada categoría. Las hipótesis han sido contrastadas mediante pruebas no paramétricas de comparación de medias para grupos independientes (prueba U de Mann-Whitney) dado el tamaño muestral de los mismos, con un nivel de confianza del 95%.

El análisis de las preguntas abiertas, las cuales nos has permitido tener un análisis más integral de las concepciones de las fracciones de los EMEP, se realizó siguiendo las técnicas de análisis de contenido (Bardin, 1986; Fraenkel y Wallen, 2009) que incluye los siguientes pasos: a) identificación de las unidades información procedente de cada instrumento o herramienta utilizada para recolectar los datos; b) codificación de las unidades de información en las categorías y subcategorías; c) categorización de las unidades de información; d) análisis de las unidades de información; e) incorporación de categorías emergentes a la descripción a partir de los análisis realizados (Solís, Porlán y Rivero, 2012). Para desarrollar el esquema de categorización (tabla 2), subsecuentes lecturas en profundidad fueron realizadas sobre las aportaciones de los participantes. La validación del sistema de categorías se aseguró por consenso entre tres investigadores.

Tabla 2 Sub categorías de análisis

Categoría	Descripción	Subcategoría
A. Dificultad	Dificultades encontradas por los estudiantes para maestro al realizar la tarea	A1. Ninguna
		A2. Sin respuesta
		A3. Falta de análisis o conocimiento
C. Explicación	Posibles explicaciones que daría a sus futuros estudiantes los estudiantes para maestro sobre cada tarea	C1. Adecuada
		C2. Incorrecta
		C3. No incluye explicación

Para realizar la identificación de las unidades de información, recurrimos al contenido manifiesto, con el fin de mantener los parámetros de fiabilidad y verificabilidad, ubicamos sucesivamente en cada categoría las unidades de información correspondientes, a través del software de análisis de datos cualitativos webQDA. El software webQDA se utilizó por la posibilidad de trabajar de forma colaborativa en línea y en tiempo real. Además, al estar en la nube (cloud computing), posibilita el acceso a nuestros proyectos desde cualquier lugar (Neri de Souza, Costa y Moreira, 2010).

4. Resultados

La aplicación del instrumento tanto en España como en Nicaragua, nos ha permitido analizar el dominio que tienen los EMEP sobre los diferentes conceptos de las fracciones. En los resultados obtenidos en la categoría la fracción como parte-todo, se puede constatar que el 100% de los EMEP de España, logra tener una muy buena o excelente concepción de la fracción como parte-todo (tabla 3). Con relación a Nicaragua, el 66.7% tiene una excelente o muy buena concepción para esta categoría, mientras que un 16.7% una concepción regular.

Lugar de estudio		f	P
España	Excelente concepción	37	97.4
	Muy buena concepción	1	2.6
Nicaragua	Excelente concepción	9	50.0
	Muy Buena concepción	3	16.7
	Regular concepción	3	16.7
	No tiene o tiene una mala Concepción	3	16.7

Los resultados del dominio de esta concepción (tabla 4), relacionado con lo obtenido a través del análisis cualitativo, muestran que los 38 EMEP de España y 7 EMEP de Nicaragua, expresaron no tener dificultad en realizar las actividades planteadas con relación a la fracción parte-todo. Sin embargo, sólo 27 (71.1 %) de los EMEP de España y 8 (44.4%) estudiantes para maestro de Nicaragua, lograron dar una explicación correcta sobre el proceso de solución, lo cual implica que un 28.1 % de España y un 55.6% de Nicaragua no lograron explicar el proceso de solución de dicho ejercicio.

Categoría		España		Nicaragua	
		f	P	f	P
A. Dificultad	A1. Ninguna	38	100	7	38.9
	A2. Sin respuesta	0	0	0	0
	A3. Falta de análisis o conocimiento	0	0	11	61.1
C. Explicación	C1. Adecuada	27	71.1	8	44.4
	C2. Incorrecta	0	0	0	0
	C3. No incluye explicación	11	28.9	10	55.6

Las explicaciones dadas por los EMEP muestran relación con la actividad planteada en el instrumento, relacionándolo con la partición de la unidad, pero también

utilizan los ejemplos clásicos de las particiones visibles en los diferentes libros textos de educación primaria, mostrando dominio en la forma de explicar esta categoría, como se ejemplifica a continuación:

- ▶ Les explicaría que el numerador es el número sombreado y el denominador es el número total. (EMEP 6, España)
- ▶ Si me explicas dándome un pastel... diría que en un pastel se divide en 5 partes y Juan ha comido tres piezas y la pregunta es: ¿Cuál es el total de la fracción?, que será $3/5$. (EMEP 11, España)
- ▶ Diría que la unidad está dividida en partes. Una fracción tiene un numerador, parte del acantilado y parte del denominador del marco. El denominador me dice las partes en las que divido la unidad y el numerador que tomo, y decido la parte sombreada. (EMEP26, España)
- ▶ Se aplicaría a material educativo, concreto. Como una pizza redonda de todas las partes del dibujo para pintar diferentes colores para distinguir, las partes de esta manera los niños pueden aprender. (EMEP 12, Nicaragua)

Con relación a la fracción como reparto (tabla 5), se pudo apreciar una variante en los resultados, dado que un 36.9% de los EMEP de España y un 22.3% de Nicaragua mostraron una muy buena o excelente concepción de esta categoría. Los resultados reflejan una diferencia que debe ser considerada con relación a los EMEP de Nicaragua.

Tabla 5 Concepción de la fracción como reparto			
Lugar de estudio		f	P
España	Excelente concepción	8	21.1
	Muy buena concepción	6	15.8
	Buena concepción	2	5.3
	Regular concepción	3	7.9
	No tiene o tiene una mala concepción	19	50
Nicaragua	Excelente concepción	3	16.7
	Buena concepción	1	4.5
	Regular concepción	7	38.9
	No tiene o tiene una mala concepción	7	38.9

Las limitaciones en esta categoría estaban relacionadas con la falta de análisis y dominio de la actividad. Esto se puede apreciar en la tabla 6, donde se refleja que 12 (31.5%) de los EMEP de España expresaron no tener dificultades al realizar esta actividad, mientras que el 22.3% de los EMEP de Nicaragua encontraron alguna limitación en la realización de dicha actividad a pesar de tener una buena o excelente concepción sobre la fracción como reparto.

La tarea de esta categoría sugería el reparto de tres pasteles en partes iguales entre 5 personas. Los EMEP encontraron las siguientes dificultades: había mucha gente y poco pastel y en la repartición de los pasteles en 5 partes iguales; se puede apreciar que estas dificultades están asociadas a la falta de análisis o conocimiento del ejercicio propuesto, como se muestra a continuación.

- ▶ Dificultades: Muchas personas y poco pastel
- ▶ La dificultad es tener menos pasteles que los niños. (EMEP 15, España)
- ▶ Será menos pastel que las personas tenía que dividirlos. (EMEP 30, España)
- ▶ Dificultad para no poder compartir este pastel con 5 personas porque es demasiado pequeño. (EMEP 5, Nicaragua)
- ▶ Dificultad: Repartir en partes iguales
- ▶ Al momento de compartirlo para que quede en partes iguales entre las cinco personas. (EMEP 21, España)
- ▶ Bueno, la dificultad que tienes para compartir el pastel en 5 partes iguales (EMEP 28, España)
- ▶ La dificultad era cómo dividirlo para compartir 5 personas. (EMEP 9, Nicaragua)

Tabla 6 Dificultades y explicación de la fracción como reparto

		<i>España</i>		<i>Nicaragua</i>	
<i>Sub-Categorías</i>		<i>f</i>	<i>P</i>	<i>f</i>	<i>P</i>
<i>Dificultad</i>	<i>Ninguna</i>	12	31.6	0	0
	<i>Sin respuesta</i>	8	21.1	3	5.4
	<i>Falta de análisis o conocimiento</i>	18	47.4	15	26.8
<i>Explicación</i>	<i>Correcta</i>	11	28.9	1	1.8
	<i>Incorrecta</i>	5	13.2	1	1.8
	<i>Falta de Explicación</i>	22	57.9	16	28.6

La estrategia utilizada por los EMEP para explicar esta categoría, se centró en dividir cada pastel en la cantidad de personas y luego de cada pastel cada persona tomaría una porción, la cual daría como resultado $3/15$ o $1/5$. Siguiendo la misma estrategia los EMEP utilizaron también medios de su entorno, como mostraremos a continuación.

- ▶ Tenemos 3 pasteles, 5 personas diferentes. Dividimos cada pastel entre 5 personas y le damos un pedazo de cada pastel cada 1. (EMEP 11, España)
- ▶ Dividimos los 3 pasteles en la cantidad de personas que tenemos y el código de cada pastel $1/5$ para cada uno. (EMEP 25, España)
- ▶ Explicaría recogiendo 15 piedras (15 piezas) y ahora dando 1 piedra a cada una y salen 3 piedras a cada una. (EMEP 37, España)

Los estudiantes que mostraron dificultades en el análisis y por consiguiente las posibles formas de llevarlo al aula, estaban relacionadas con la creación de una relación directa entre las cantidades del pastel-persona con el concepto de repartir y en la cantidad que debía repartirse cada pastel. Esto se puede apreciar en las siguientes intervenciones:

- ▶ Si tengo 3 pasteles y estos pasteles, tengo que dividir entre 5 personas, tocarán cada uno tres veces por solo $\frac{3}{5}$. (EMEP 21, España)
- ▶ Personas que tienen que dividir los pasteles en partes iguales de esta manera en los salones de cada unidad. Como tengo 3 partes tengo 12 pedazos para compartir entre 5 persona. (EMEP 30, España)

Los resultados obtenidos en la categoría fracción como operador, reflejan que un 97.4% de los EMEP españoles logran tener una muy buena o una excelente concepción de esta categoría. No así el alumnado de Nicaragua, donde únicamente el 5.6% logra tener una muy buena concepción de esta y un 5.6% una concepción regular, mostrando limitaciones considerables en el dominio de esta categoría. Cuando se le pregunto por las dificultades encontradas para la realización de esta actividad, únicamente dos respondieron no tener ninguna dificultad frente a los 8 EMEP que no respondieron y 8 expresaron la falta de conocimiento sobre esta temática como se aprecia en la tabla.7.

<i>Lugar de estudio</i>		<i>f</i>	<i>P</i>
<i>España</i>	<i>Excelente concepción</i>	35	92.1
	<i>Muy buena concepción</i>	2	5.3
	<i>Regular concepción</i>	1	2.6
<i>Nicaragua</i>	<i>Muy buena concepción</i>	1	5.6
	<i>Regular concepción</i>	1	5.6
	<i>No tiene o tiene una mala concepción</i>	16	88.9

Lo antes descrito refleja que únicamente los EMEP españoles, lograron describir la forma en que se podría explicar esta actividad en el aula de clase (ver tabla 8). La estrategia estaba asociada al concepto de repartir y la fracción como operador.

- ▶ 300 euros es el total, dividido en 3 partes iguales y de estas 3 partes solo usamos 2. (EMEP 12, España)
- ▶ Cuando dices una fracción de algo, significa repartir, puedes hacerlo (100,100,100) y coges 2 partes. (EMEP 19, España)
- ▶ Lo explicaría con lápices. 3 lápices son 300 euros. Si tengo 1 lápiz, 100 euros. Si tengo 2 lápices son 200 euros. (EMEP 12, Nicaragua)

Tabla 8 Dificultades y explicación de la fracción como operador

		España		Nicaragua	
Sub-Categorías		<i>f</i>	<i>P</i>	<i>f</i>	<i>P</i>
Dificultad	<i>Ninguna</i>	37	97.3	2	0.11
	<i>Sin respuesta</i>	1	1.7	8	0.444
	<i>Falta de análisis o conocimiento</i>	0	0	8	0.444
Explicación	<i>Correcta</i>	19	50	0	0
	<i>Incorrecta</i>	0	0	0	0
	<i>Falta de Explicación</i>	19	50	18	100

Los resultados de la categoría fracción como medida se muestran en la tabla 9. Se puede apreciar cómo el 12.2% de los EMEP españoles tiene una muy buena o excelente concepción y un 44.7% muestra tener una buena concepción de la misma. Sin embargo, el 94.4% los EMEP de Nicaragua, no tiene o tiene una mala concepción de la fracción como medida.

Tabla 9. Concepción de la fracción como medida

Lugar de estudio		<i>f</i>	<i>P</i>
España	<i>Excelente concepción</i>	3	7.9
	<i>Muy buena concepción</i>	2	5.3
	<i>Buena concepción</i>	17	44.7
	<i>Regular concepción</i>	11	28.9
	<i>No tienen o tiene una mala concepción</i>	5	13.2
Nicaragua	<i>Regular concepción</i>	1	5.6
	<i>No tienen o tiene una mala concepción</i>	17	94.4

Aunque la tabla 10, muestra que 26 estudiantes (68.4%), expresaron no tener dificultades, se pudo apreciar que 31 estudiantes (81.5%) no supieron dar una explicación sobre la estrategia a utilizarse para resolver el problema. Estos datos, reflejan una relación entre la poca cantidad de estudiantes que tienen dominio en esta temática (12.2% tienen muy buen o excelente concepción) y la falta de explicación de parte del estudiantado de España. Estos resultados no difieren de los encontrados para los EMEP de Nicaragua.

Tabla 10. Dificultades y explicación de la fracción como medida

		<i>España</i>		<i>Nicaragua</i>	
<i>Sub-Categorías</i>		<i>f</i>	<i>P</i>	<i>f</i>	<i>P</i>
<i>Dificultad</i>	<i>Ninguna</i>	26	68.4	1	5.5
	<i>Sin respuesta</i>	4	10.5	10	55.5
	<i>Falta de análisis o conocimiento</i>	8	21	7	39
<i>Explicación</i>	<i>Correcta</i>	7	18.4	0	0
	<i>Incorrecta</i>	0	0	0	0
	<i>Falta de Explicación</i>	31	81.6	18	100

Con relación a la fracción como decimal (tabla 11), el 89.4% de los EMEP de España, tiene muy buena o excelente concepción de esta categoría de análisis. No así los EMEP de Nicaragua, quienes en su totalidad tienen una mala concepción de la fracción como decimal.

Tabla 11 Concepción de la fracción como decima

<i>Lugar de estudio</i>		<i>f</i>	<i>P</i>
<i>España</i>	<i>Excelente concepción</i>	33	86.8
	<i>Muy buena concepción</i>	1	2.6
	<i>Buena concepción</i>	2	5.3
	<i>Regular concepción</i>	2	5.3
<i>Nicaragua</i>	<i>No tiene o tiene una mala concepción</i>	18	100

Con relación a los resultados obtenidos, 37 de 38 estudiantes españoles, expresaron no tener ninguna dificultad en la resolución del problema relacionado a la fracción como decimal, mientras que los EMEP nicaragüenses no respondieron a esta categoría o expresaron tener falta de conocimiento o dificultades en el análisis de lo planteado, como puede apreciarse en la tabla 12.

Tabla 12. Dificultades y explicación de la fracción como decimal

		<i>España</i>		<i>Nicaragua</i>	
<i>Sub-Categorías</i>		<i>f</i>	<i>P</i>	<i>f</i>	<i>P</i>
<i>Dificultad</i>	<i>Ninguna</i>	37	97.3	0	0
	<i>Sin respuesta</i>	0	0	15	83.3
	<i>Falta de análisis o conocimiento</i>	1	2.7	3	17.7
<i>Explicación</i>	<i>Correcta</i>	21	55.3	0	0
	<i>Incorrecta</i>	1	2.7	0	0
	<i>Falta de Explicación</i>	16	42	18	100

Los estudiantes que lograron realizar la actividad relacionada con esta categoría expresaron que la mejor forma de efectuar el algoritmo es demostrando la igualdad mediante la división de $\frac{1}{2}$ igual a 0.5. También utilizaron como estrategia la representación gráfica tanto de $\frac{1}{2}$ como de 0.5.

- ▶ Diría que para resolver las fracciones hay una división, además de ser una fracción, dividimos 1 entre 2 y el resultado es 0.5. (EMEP 12, España)
- ▶ Si el total es $\frac{2}{2}$ (tiene un rectángulo dividido en partes) la mitad sería $\frac{1}{2}$ (tiene un rectángulo sombreado, por una parte). Si el total es 1 (hay un rectángulo), hay 0.5 (tiene el rectángulo sombreado). El final describe que $\frac{1}{2} = 0.5$ (EMEP 19, España)

Los resultados obtenidos en la categoría de fracción como razón (tabla 13), son similares a los descritos en la categoría fracción como decimal, dado que el 84.2% de los EMEP españoles logra tener un dominio en esta categoría, mientras que la mayoría de los EMEP nicaragüenses presenta una idea poco apropiada de la fracción como razón.

Tabla 13 Concepción de la fracción como razón

Lugar de estudio		f	P
España	Excelente concepción	30	78.9
	Buena concepción	2	5.3
	No tiene o tiene una mala concepción	6	15.8
Nicaragua	Regular concepción	1	5.6
	No tiene o tiene una mala concepción	17	94.4

En cuanto a la dificultad encontrada en la realización de dicha tarea, la mayoría de los EMEP nicaragüenses no respondieron y los que lo hicieron mostraron bien una falta de análisis en la resolución de la actividad o bien una falta de conocimiento de esta categoría, como se muestra en la tabla 14. Por otro lado, el 94.7% de los EMEP españoles expresaron no tener ninguna dificultad.

Tabla 14 Dificultades y explicación de la fracción como razón

Sub-Categorías		España		Nicaragua	
		f	P	f	P
Dificultad	Ninguna	36	94.8	0	0
	Sin respuesta	1	2.6	13	72.2
	Falta de análisis o conocimiento	1	2.6	5	27.8
Explicación	Correcta	16	42.1	0	0
	Incorrecta	2	5.3	0	0
	Falta de Explicación	20	52.6	18	100

En cuanto a la solución de la tarea relacionada con esta categoría, la cual requería representar mediante una fracción la cantidad de hombres de una muestra de 25 estudiantes si 10 eran mujeres, sólo 16 EMEP de España (42.1%) lograron dar una explicación de sus respuestas a pesar del alto porcentaje de EMEP que expresó no tener dificultad en la solución de la tarea. Los EMEP consideraron en primera instancia restar del total de estudiantes que son 25 la cantidad de estudiantes mujeres que son 10, para obtener la cantidad de hombres que sería 15. Así, crearon la relación $15/25$ y $3/5$. Un segundo razonamiento fue considerar el total como $25/25$, luego las mujeres como $10/25$, para luego tener la cantidad de estudiantes varones que sería la resta $15/25$. Los EMEP de Nicaragua no aportaron explicaciones sobre como llevarían al aula de clase la actividad propuesta.

Contamos el número restante de personas, con un total de 25 personas y 10 mujeres, es decir, 15 de 25 hombres. (EMEP 8, España)

- ▶ Si $25/25$ es el total y hay $10/25$ niñas, hay $15/25$ niños en total. (EMEP 22, España)
- ▶ Total, y 25 estudiantes 10 hijo, por lo tanto 15 hijo hombres. Entonces los hombres serían: $15/25$ igual a $3/5$. (EMEP 31, España)
- ▶ Explique que en total hay 25 estudiantes. Entonces, si sabemos que 10 niñas deben pensar cómo calcular el resto. Entonces, si rompemos la diferencia, sería 15, por lo tanto, $15/25$. (EMEP 12, Nicaragua)

Finalmente, realizamos una comparación entre los dos centros de estudio de formación de futuros maestros de educación primaria con relación al dominio global de las seis categorías analizadas sobre el concepto de fracción. Para ello, se asignó una puntuación general de 30 a cada cuestionario, asignando cinco puntos a cada categoría. Los resultados nos sugieren una media de 23.18 ($SD=3.54$) para los EMEP de España, lo cual indica una muy buena concepción frente a una media de 10,3 ($SD=2.4$) para los EMEP de Nicaragua que indica una concepción regular de las fracciones.

Los resultados derivados del contraste de la primera hipótesis según la cual los EMEP españoles presentan mayor dominio de las concepciones de las fracciones que los EMEP de Nicaragua, evidencian la existencia de diferencias estadísticamente significativas entre ambos grupos ($p = .00$). Ello, unido a los resultados descriptivos anteriormente expuestos, nos lleva a confirmar la hipótesis de trabajo. Respecto a la segunda hipótesis, los resultados corroboran que no existen diferencias estadísticamente significativas ($p = .952$) entre los EMEP procedentes del sector urbano y los procedentes del sector rural, presentando una media de X y X , respectivamente. Los resultados derivados de la tercera hipótesis confirman que no existen diferencias estadísticamente significativas en el dominio de las concepciones de las fracciones entre EMEP hombres y mujeres ($p = .528$).

5. Discusión y conclusiones

Los resultados obtenidos de las categorías de análisis con relación a los conceptos de las fracciones por parte de los estudiantes para maestro de educación primaria, nos muestran diferentes niveles de dominio en cada una de ellas. En este sentido, Ríos (2007), hace énfasis que los diferentes niveles de aprendizaje de las fracciones se deben a las diversas interpretaciones que los estudiantes dan sobre ellas. Lo cual hace que los alumnos, tengan diferentes niveles de dominio y concepción de las fracciones.

Los estudiantes para maestro del centro de formación en España muestran tener un mayor dominio de los conceptos de la fracción como parte-todo, operador, decimal y razón, con limitaciones en los conceptos de la fracción como medida y reparto. Los EMEP españoles, a pesar de haber expresado no tener dificultades en la resolución de los ejercicios dados, mostraron limitaciones en la explicación de los procesos de solución. Con relación a la fracción como decimal y como razón, los estudiantes presentaron limitaciones tanto en la resolución como en la explicación de los procedimientos. En sentido Rojas, Flores y Carillo (2012), hace énfasis en la importancia del conocimiento matemático que debe tener para el desarrollo de su contenido. Pero también, Fernández, Callejo y Márquez (2012) viene a complementar que además de los conocimientos matemáticos es necesario, los conocimientos pedagógicos como factores fundamentales para la enseñanza de las fracciones.

Con relación a Nicaragua, se pudo apreciar por parte de los EMEP dificultades en la solución y explicación de cada ejercicio propuesto. Estos estudiantes, mostraron tener dominio de la fracción como parte-todo, evidenciándose dificultad en los demás conceptos. Este resultado se pudo apreciar con los aportes dado para cumplir con las orientaciones dadas en la actividad. Se pudo apreciar, que los resultados obtenidos de la categoría de la fracción como parte todo, por los estudiantes del centro de formación de Nicaragua, fue muy similar a los resultados obtenido por los estudiantes del centro de formación de España. Con relación a las categorías de la fracción: como operador, como decimal, como razón, como medida y como reparto mostraron tener limitaciones en la realización de las actividades propuestas y esto se pudo constatar en la falta de explicación de las estrategias de solución de dichas actividades. Estos resultados concuerdan con Rojas, Flores y Carrillo (2012) cuando indican que esto se debe a que los docentes dan mayor énfasis a la fracción como parte-todo y con Ríos (2007) quien destaca que en muchos casos son los únicos conceptos que se aborda con los estudiantes en las aulas de clase. Esta, situación, se viene a visualizar en las aulas de los futuros docentes de educación primaria y la repetición en los estudiantes de educación primaria de estas limitaciones, es casi seguro. Por tanto, el desarrollo de los conocimientos científicos y conocimientos pedagógicos deben ser abordados en los diferentes niveles durante la formación de los futuros docentes de educación primaria.

Al realizar un análisis comparativo, se pudo apreciar una superioridad en el nivel de dominio de las categorías de análisis de los EMEP españoles sobre los nicaragüenses, lo cual implica que los factores en los procesos educativos desarrollados en diferentes contextos juegan un rol importantes en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas sobre las fracciones. Por otro lado, cuando los grupos son del mismo centro (rural versus urbano o bien entre hombre y mujeres) no existe una diferencia significativa entre ellos, dado que estos grupos reciben las mismas condiciones de aprendizaje de este contenido.

En esta investigación, se pudo apreciar que existe una diferencia que debe ser considerado entre los dos grupos de futuros docentes de educación primaria (España y Nicaragua), con relación al dominio y concepciones de las fracciones. Es importante destacar que los escenarios en que ambos grupos comparten este contenido y las condiciones en que los estudiantes se presentan en las aulas de clase juega un rol importante en el aprendizaje de la misma. Independientemente de estas condiciones, los resultados en esta investigación invitan a desarrollar procesos formativos para los futuros profesores de educación primaria, no solo en la resolución de los ejercicios, sino también en las competencias didácticas, que permitan al estudiante poder explicar los procesos que se pueden desarrollar para cumplir con las actividades propuestas con relación a las fracciones, lo cual permitirá al crecimiento profesional y al cambio de nuevas prácticas educativas (Godino, Batanero y Font, 2007). Por tanto, es necesario seguir una línea de investigación que integre no solo los conocimientos adquiridos sobre las fracciones, sino también de los conocimientos pedagógicos utilizados por los futuros profesores en las aulas matemáticas a nivel de educación primaria.

6. Lista de referencias

- Ball, D. L. (1990). Prospective elementary and secondary teacher's understanding division. *Revista Research in Mathematics Education*, Vol.21, No.2, 132-144.
- Bardin. (1986). *Análisis de contenido*. Madrid: Akal.
- Batanero, G. C., Font, V., & Godino Belen, J. D. (2017). Enfoque ontosemiotico de los conocimiento y competencia del profesor de matematicas. *Revista Bolema, Rio Claro*, Vo.31, No.57, 90-113.
- Butto Zarzar, C. (2013). El aprendizaje de fracciones en educacion primaria: una propuesta de enseñanza en dos ambientes. *Revista Horizontes Pedgagicos*, 33-45.
- Cantoral, R. (2001). Enseñanza de la matematica en la educacion superior. *Revista electronica Sinéctica*, 3-27.

- Decreto 103/2014 de junio. (2014). *Curriculo de Educacion Primaria para la Comunidad Autonoma de Extremadura*. DOE No. 114, 18965-19283.
- Decreto 98/2016, 5 de junio. (2016). *Ordenacion y el curriculo de la Educacion Secundaria Obligatoria y del Bachillerato para la Comunidad Autonoma de Extremadura*. DOE, No.129, 17347-18541.
- Escolano Vizcarra, R., & Gairín Sallán, J. M. (2005). Modelo de medida para la enseñanza del numero racional en educacion primaria. *Revista UNION*, 17-35.
- Fernandez, C., Callejo, M. L., & Marquez, L. (2012). Valoracion de respuestas a problemas de division-medida con fracciones por estudiantes para maestros. *Investigacion en educacion matematica*, 219-227.
- Ferreira, N., Rechimont, E., Parodi, C., & Castro, N. (2010). De la aritmetica al algebra. Experiencia de trabajo con estudiantes universitarios. *Revista Iberoamericana de educacion matematica UNION*, 59-67.
- Fraenkel, J. R., & Wallen, N. E. (2009). *How to Design and Evaluate Research in Education*. 7ma edicion. New York: McGraw-hill.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). Un enfoque ontosemiotico del conocimiento y la instruccion matematica. *The internacional journal on Mathematics Education*, 127-135.
- Gomez Alfonso, B., Sanz Garcia, M. T., & Huerta Gabarda, I. (2016). Problemas descriptivo de fracciones. *Revista Bolema*, 586-604.
- Gomez, B., & Contreras, M. (2009). Sobre el analisis de los problemas multiplicativo relacionado con la division de fracciones. *Revista en Investigacion en didacticas de las Matematicas, PNA*, 169-183.
- Gonzalez Retana, J. F., & Eudave Muñoz, D. (2018). Conocimiento común del contenido del estudiante para profesores sobre las fraccioens y decimales. *Revista Educacion Matematica*, 106-139.
- León Robles, G. (2011). *Trabajo de fin de master: fracciones*. Granada, España: Universidad Granada.
- Manfreda Kolar, V., Hodnik Cadez, T., & Yula, E. (2018). Primary Teacher Students' Understanding of Fraction Representational Knowledge in Slovenia and Kosovo. *CEPS Journal*, Vol.8, No.2, 71-92.

- Mendoza, L. M. (2018). Comprendiendo la fracción mas alla de las pruebas de diagnóstico. *Revista Uno*, 35-42.
- MINED. (2009). *Programa de estudio de educacion primaria, cuarto grado*. Managua, Nicaragua.
- MINED. (2009). *Programa de estudio de matematica: septimo, octavo y noveno grado*. Managua, Nicaragua: MINED.
- Muñoz Vara, R. (2018). *Análisis evolutivo de la comprension del concepto de numeros irracionales en estudiantes de tercerero y cuanto de ESO y de primero de bachillerato*. Badajoz: Universidad de Extremadura.
- Nuñez Moscoso, J. (2017). Los metodos mixtos en la investigacion en educacion: Hacia un uso reflexivo. *Revista Cuaderno de Pesquisa*, 632-649.
- Pereira Perez, Z. (2011). Los diseños de metodos mixtos en la investigacion en educacion. *Revista Electronica Educare*, 15-19.
- Ríos Garcia, Y. (2007). Ingenieria Didactica referida al concepto de fraccion. *Acta Latinoamericana de Matematica Educativa*, 269-275.
- Rios Garcia, Y. J. (2011). Concepciones sobre las fracciones en docentes en formacion en el area de matematica. *Revista OMNIA*, 11-33.
- Rojas Gonzalez, N. (2010). *Conocimiento para la enseñanza y calidad matematica de la instruccion del concepto de fraccion: estudio de caso de un profesor chileno*. Granada: Universidad de Granada.
- Rojas, N., Flores, P., & Carrillo, J. (2012). Caracterizacion del Conocimiento matematico para la enseñanza de los numeros racionales. *Avances de investigacion en educacion matematica*, 47-64.
- Solis Ramirez, E., Porlán Ariza, R., & Rivero García, A. (2012). ¿Cómo representar el conocimiento curricular de los profesores de ciencias y su evolucion? *Revista Enseñanza de las Ciencias*, 30, 9-30.
- Stelzer, F., Andrés, M. L., Canet Juric, L., & Introzzi, I. (2016). Relaciones entre el conocimiento conceptual y el procedimental en el aprendizaje de las fracciones. *Cuaderno de Investigacion Educativa*, 13-27.

- Stelzer, F., Andres, M. L., Canet Juric, L., Introzzi, I., & Urquijo, S. (2016). Relaciones entre el conocimiento conceptual y el procedimental en el aprendizaje de las fracciones. *Cuaderno de investigaciones educativa*, 13-27.
- Vega Castro, D., Molina, M., & Castro, E. (2012). Sentido estructural de estudiantes de bachillerato en tareas de simplificación de fracciones algebraicas que involucran igualdades notables. *Revista Latinoamericana de investigación en Matematica Educativa*, 233-258.