



Análisis ontosemiótico del proceso de instrucción en aplicaciones de la derivada con el estudiantado de Ingeniería Agroforestal

Ernesto Eduardo Vanegas Sevilla¹, Yahaira Bermúdez Vargas²
William Oswaldo Flores López³

Resumen

Información de artículo:

Recibido: 30.09.2020
Aprobado: 20.10.2020

Palabras claves:

Trayectoria epistémica, educación matemática, enfoque ontosemiótico, evaluación y dimensiones.

Keywords:

Epistemic trajectory, mathematics education, ontosemiotic approach, evaluation, dimensions.

Esta investigación ha analizado desde un enfoque ontológico y semiótico un proceso de instrucción en las aplicaciones de la derivada, permitiendo una evaluación del proceso tanto cuantitativamente como cualitativo, además permitió al docente ver las dificultades que se presenta en la resolución de los problemas matemáticos, teniendo en cuenta los elementos propios de las configuraciones epistémica. Así mismo para realizar la investigación se aplicaron los métodos cuantitativos y cualitativos que permitió comprender mejor la situación, haciendo un análisis y evaluación de la instrucción matemática. En la investigación participaron 28 estudiantes entre hombres y mujeres, Se aplicaron los siguientes instrumentos de recolección de la información: escala de actitud hacia las matemáticas; instrucción matemática sobre las aplicaciones de las derivadas en el contexto de la ingeniería agroforestal; observaciones indirectas; prueba inicial y la prueba final. De acuerdo a lo antes mencionado se logró evidenciar que los estudiantes tienen actitudes positivas hacia las matemáticas, sin embargo presentan obstáculos cognitivos básicos para la comprensión y resolución de los problemas aplicando las derivadas. De igual manera se evidenció a través del estadístico no paramétrico que existe estadísticamente diferencia entre las medianas entre las pruebas, por tanto, el proceso de instrucción mejora la comprensión y rendimiento académico del estudiantado.

¹ Máster en Didáctica de las Matemáticas. Profesor de la Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense- Recinto Universitario Bluefields. Email: ernesto.vanega@uraccan.edu.ni  <https://orcid.org/0000-0002-0944-3129>

² Máster en Didáctica de las Matemáticas. Profesora de la Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense - Recinto Universitario Las Minas. Email: yahaira.bermudez@uraccan.edu.ni  <https://orcid.org/0000-0002-1317-4056>

³ Doctor en Educación. Profesor Investigador de la Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense. Email: wlliam.flores@uraccan.edu.ni  <https://orcid.org/0000-0002-1016-1620>



Ontosemiotic analysis of the instructional process in derivative applications with Agroforestry Engineering students

This research has analyzed from an ontological and semiotic approach an instructional process in the applications of the derivative, allowing an assessment of the process both quantitatively and qualitatively, it also allowed the teacher to see the difficulties that arise in solving mathematical problems, having taken into account the elements of epistemic configurations. Likewise, to carry out the research, quantitative and qualitative methods were applied that allowed a better understanding of the situation, making an analysis and evaluation of mathematical instruction. Twenty-eight male and female students participated in the research. The following information gathering instruments were applied: attitude towards mathematics scale; mathematical instruction on the applications of derivatives in the context of agroforestry engineering; indirect observations; Initial test and final test. According to the aforementioned, it was possible to show that students have positive attitudes towards mathematics, however, they present basic cognitive obstacles for understanding and solving problems by applying derivatives. Similarly, it was evidenced through the non-parametric statistic that there is a statistically difference between the medians between the tests, therefore the instructional process improves the understanding and academic performance of the students.

1. Introducción

El aprendizaje del cálculo y en especial lograr comprender las aplicaciones de las derivadas significan un reto tanto para el docente como el educando, ya que trae consigo dificultades en cuanto al pensamiento numérico y abstracto se refiere. Así lo afirma Artigue (1995) que expresa, si bien muchos estudiantes pueden aprender a realizar de forma mecánica cálculos de derivadas, primitivas y resolver algunos problemas, se encuentran grandes dificultades para alcanzar una verdadera comprensión de los conceptos y su aplicación.

En este sentido, existe una preocupación por parte de la comunidad de profesores e investigadores universitarios, por qué los educandos tienen carencias en sus habilidades de resolver situaciones y problemas relacionados en el cálculo diferencial e integral (Vanegas, Bermúdez & López-Mairena, 2015; Flores & López-Mairena, 2016) esto se evidencia por conflictos relacionados con el dominio algebraico, dificultad en el planteamiento de la función, aplicación errónea de los conceptos y procedimientos de resolución de tareas sobre derivadas, en el análisis y por ende en la resolución de estos problemas, lo cual se ve evidenciado en las evaluaciones parciales. Desde esta perspectiva, Godino (2009) propone un modelo de conocimiento didáctico matemático que permite categorizar y analizar los conocimientos didácticos matemáticos

del profesor, mediante la aplicación del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática.

En este trabajo se utilizaron las principales herramientas del EOS que ayuden a la resolución y reflexión sobre la utilidad de las aplicaciones de la derivada, donde los futuros ingenieros deben resolver problemas que implican tareas específicas, así como despertar el interés de los educandos en la resolución de problemas matemáticos teniendo en cuenta las diferentes fases del enfoque, que les permita adquirir un aprendizaje significativo y relacionar estos conocimientos en el ámbito laboral. Además, la investigación contribuye a que el docente de matemática esté en constante cambio en las formas de enseñar, ya que vivimos en un mundo dinámico en donde la educación superior nos plantea cada día nuevos retos y esto nos lleva a formar hombres y mujeres íntegros con habilidades, valores y capacidades científicas que respondan a las necesidades del mundo actual, esto permitirá mejorar y alcanzar la calidad en la educación superior en la Región Autónoma de la Costa Caribe Sur y Norte (RACCS y RACCN).

2. Revisión de literatura

La didáctica de las matemáticas tiene como fin estudiar los elementos que intervienen en los procesos de enseñanza aprendizaje, así como los factores que lo condicionan, es por ello que la didáctica de desarrollar propuesta que vayan en pro de mejorar estos procesos.

El Enfoque Ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (Godino, Batanero & Font, 2008) procura explicar y valorar muchos de los sucesos que se producen en el aprendizaje de la matemática, teniendo en cuenta el triple aspecto de la actividad matemática: resolución de problemas socialmente compartida, lenguaje simbólico y el sistema conceptual lógicamente organizado. Según Godino, Batanero y Roa (2005) la actividad matemática juega un rol central y se encuentra modelada en términos de sistemas de prácticas operativas y discursivas.

El EOS es un sistema teórico que ha surgido en el seno de la Didáctica de las Matemáticas, con el propósito de articular diferentes puntos de vista, aproximaciones y nociones teóricas sobre el conocimiento matemático, su enseñanza y aprendizaje. Además articula diversos modelos teóricos que son usados en Educación Matemática a partir de presupuestos antropológicos y semióticos sobre las matemáticas y su enseñanza.

La relatividad socio epistémica y cognitiva de los significados, entendidos como sistemas de prácticas, y su utilización en el análisis didáctico lleva a introducir la tipología básica de significados que se resume en la figura 1 (Godino, 2003, p. 141). Con relación a los significados institucionales propone tener en cuenta los siguientes tipos:

1. **Implementado:** en un proceso de estudio específico es el sistema de prácticas efectivamente implementadas por el docente.
2. **Evaluado:** el subsistema de prácticas que utiliza el docente para evaluar los aprendizajes.
3. **Pretendido:** sistema de prácticas incluidas en la planificación del proceso de estudio.
4. **Referencial:** sistema de prácticas que se usa como referencia para elaborar el significado pretendido. En una institución de enseñanza concreta este significado de referencia será una parte del significado holístico del objeto matemático (Wilhelmi, Lacasta y Godino, 2007). La determinación de dicho significado global requiere realizar un estudio histórico – epistemológico sobre el origen y evolución del objeto en cuestión, así como tener en cuenta la diversidad de contextos de uso donde se pone en juego dicho objeto.

Respecto a los significados personales propone los siguientes tipos: en la parte central de la figura 1, indica las relaciones dialécticas entre enseñanza y aprendizaje, que supone el acoplamiento progresivo entre los significados personales e institucionales.

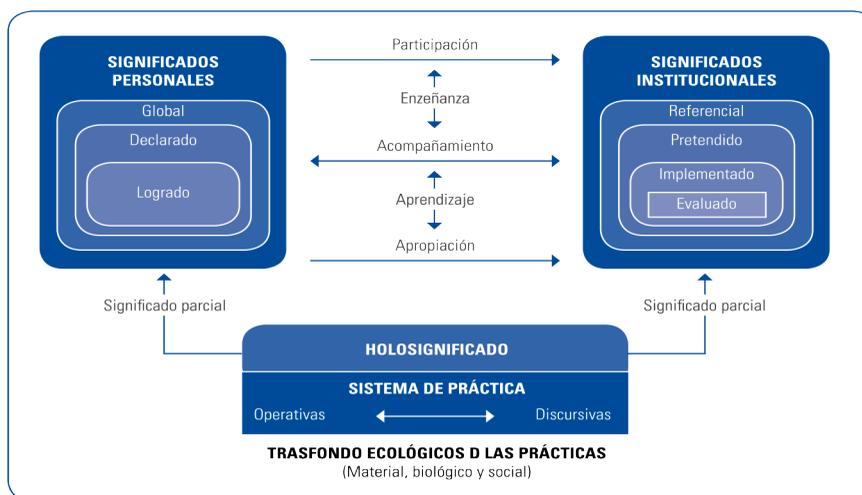


Figura 1: Tipología Básica de Significado (Godino, 2009).

3. Metodología de la Investigación

Los objetos personales y su significado: los objetos matemáticos personales, según Godino y Batanero (1994, p.335), son: “emergentes del sistema de prácticas personales significativas asociadas a un campo de problemas”. Estos objetos personales van cobrando forma, van emergiendo en un aprendizaje suscitado por la propia práctica. En el EOS se considera que el significado personal de un objeto matemático se puede entender de la siguiente manera:

$$S(O) = \{\text{Conjunto de prácticas } P_i \text{ tal que en cada práctica } P_i, \text{ el sujeto utiliza el objeto } O\}$$

Con los puntos de vistas anteriores, se podría interpretar la relación entre el objeto personal y la práctica en términos de brecha puesto que para la realización de una práctica primero hay que valorar y decidir lo que uno va a hacer, después tiene que decidir la acción más indicada para conseguir lo que se ha decidido y, por último, ha de mantener la acción desde el inicio hasta el final.

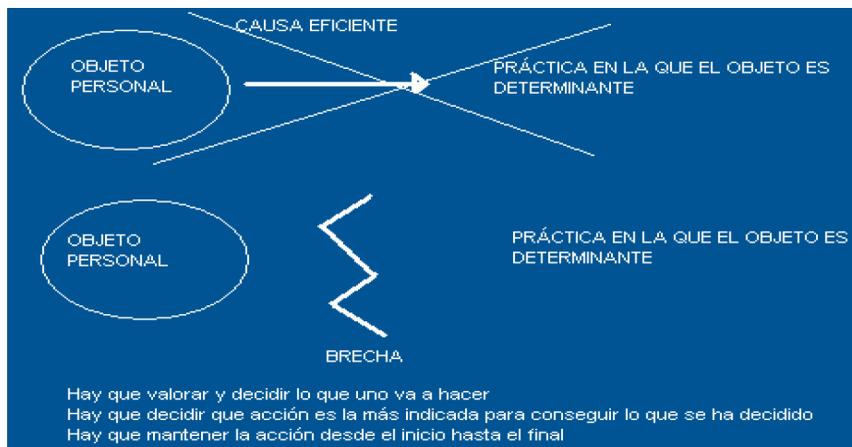


Figura 2: Objeto Matemático Personal.

Los objetos personales es el conocimiento subjetivo que se puedan tener, estos son evidenciados como resultados de las prácticas significativas que involucre la interpretación entre la prácticas (Lo que se ha de hacer y las acciones) esto implica tener claro lo que se debe hacer (actividades) y reconocer las diferentes posibles soluciones eligiendo la mejor alternativa, es así que con la experiencia que toma el verdadero sentido.

Los objetos institucionales y su significado: una característica que presentan los significados y los objetos personales es que son fenómenos individuales, pero al estar inmerso el sujeto en instituciones donde necesariamente se dan interacciones, tienen también un carácter colectivo, por tanto, cualquier análisis que los abordara desde uno solo de estos aspectos resultaría reduccionista. Por este motivo en el EOS (Godino y Batanero, 1994) se introducen las instituciones, los objetos institucionales y los significados institucionales.

Configuración de objetos matemáticos primarios: Pino-Fan (2013), plantea que la noción de “sistema de prácticas” es útil para ciertos análisis de tipo macrodidáctico, particularmente cuando se trata de comparar la forma particular que adoptan los conocimientos matemáticos en distintos marcos institucionales, contextos de uso o

juegos de lenguaje (p. 47). Para un análisis más “fino” de la actividad matemática, en el EOS se ha introducido la tipología de objetos matemáticos primario: situaciones, lenguaje, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos. Estos objetos matemáticos primarios están relacionados entre sí formando redes de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas, lo que en el EOS se conoce con el nombre de configuraciones.

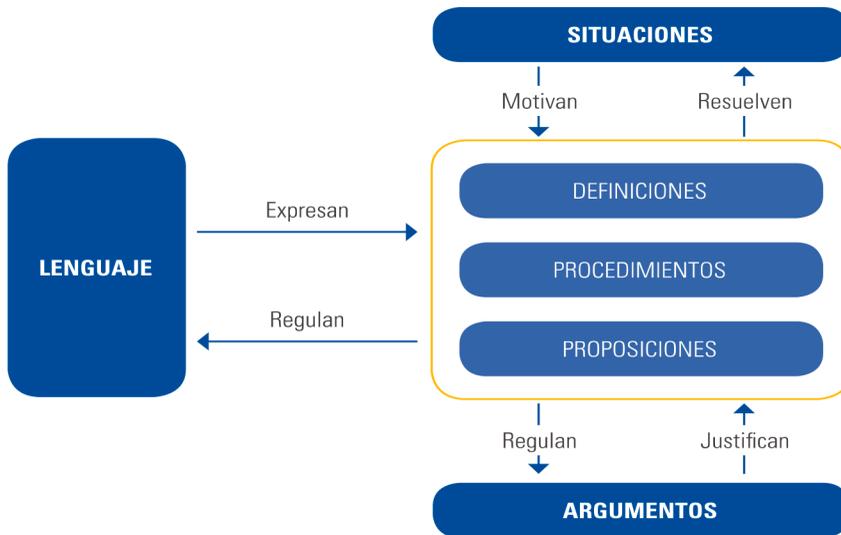


Figura 3: Tipología de objetos matemáticos primarios (D'Amore, Font & Godino, 2007).

Dimensiones de un proceso de instrucción matemática: de acuerdo con Godino, Contreras y Font (2006) un proceso de instrucción comprende distintas dimensiones interconectadas: epistémica (significados institucionales), docente (funciones del profesor), discente (funciones de los alumnos), mediacional (recursos materiales), cognitiva (significados personales), emocional (sentimientos y afectos). Cada una de estas dimensiones se puede modelizar como un proceso estocástico.

Según Godino y Contreras (2006) se produce una trayectoria muestral del proceso, que describe la secuencia particular de funciones o componentes que ha tenido lugar a lo largo del tiempo. Distinguiremos seis tipos de procesos y sus correspondientes trayectorias muestrales:

1. **Trayectoria epistémica,** es la distribución a lo largo del tiempo de la enseñanza de los componentes del significado institucional implementado. Estos componentes (problemas, acciones, lenguaje, definiciones, propiedades, argumentos) se van sucediendo en un cierto orden en el proceso de instrucción.
2. **Trayectoria docente:** distribución de las/tareas/acciones docentes a lo largo del proceso de instrucción.

3. **Trayectorias discentes:** distribución de las acciones desempeñadas por los estudiantes (una para cada estudiante).
4. **Trayectoria mediacional,** representa la distribución de los recursos tecnológicos utilizados (libros, apuntes, manipulativos, software, etc.).
5. **Trayectorias cognitivas:** cronogénesis de los significados personales de los estudiantes.
6. **Trayectorias emocionales:** distribución temporal de los estados emocionales (actitudes, valores, afectos y sentimientos) de cada alumno con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio seguido.

4. Metodología de la investigación

Este estudio se realizó en la Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense – Recinto Universitario Bluefields con los estudiantes del primer año de la carrera de Ingeniería Agroforestal, integrándose los enfoques cuantitativo y cualitativos, con diseño de estudio de caso, de corte transversal, la muestra representativa fue de 28 estudiantes con los que se desarrolló la instrucción matemática, pruebas diagnóstica y prueba final, de igual manera se aplicó la escala de actitud hacia las matemáticas de Auzmendi (1992), para el análisis de los datos obtenidos se consideró dos variables: corrección de problema (respuesta correcta, parcialmente correcta e incorrectas) y tipo de configuraciones cognitivas especificando los objetos y procesos teniendo en cuenta el análisis semiótico la que permitió describir de manera sistemática tanto la actividad matemática realizada como los objetos matemáticos primarios que intervinieron en la práctica.

5. Resultados

En este acápite se describen los principales resultados obtenidos en esta investigación. Se detalla el proceso de instrucción matemática desde la perspectiva del enfoque ontológico y semiótico; los resultados relacionados con el proceso de implementación de la instrucción; y, la evaluación del proceso de instrucción sobre las aplicaciones de la derivada en la carrera de ingeniería agroforestal. A continuación se presentan los resultados encontrados a lo largo del proceso de investigación en estos tres apartados.

Instrucción matemática

La Instrucción matemática se elaboró con el objetivo de facilitar una herramienta a los docentes que imparten la asignatura de matemática aplicada, pero en especial al momento de aplicar problema de las derivadas en la carrera de ingeniería Agroforestal. Esta unidad da las pautas para una enseñanza significativa, en el que los estudiantes sean los protagonistas de su propio aprendizaje.

Asimismo, en la instrucción matemática se propone estrategias metodológicas desde una perspectiva del enfoque ontosemiótico para desarrollar correctamente las aplicaciones de las derivadas a estudiantes de ingeniería agroforestal, también se diseñaron dos pruebas, una prueba inicial que nos permitió determinar si los educandos dominaban conceptos sobre funciones, así como las aplicaciones de reglas de la derivación y una prueba final la que se aplicó posterior al desarrollo de la instrucción en la que se pretendía valorar la aplicación de técnicas de derivación, dominio de conceptos, de máximos y mínimos, teniendo presente las diferentes etapas y elementos propios de una instrucción matemática.

Según Martínez (2004) El aprendizaje significativo se genera cuando las personas encuentran sentido a lo que aprenden. Esto no se logra solamente con buscar temas de interés para las y los estudiantes. Este proceso implica efectuar diferentes actividades que estimulen sus destrezas de pensamiento (hacer comparaciones, resolver problemas, buscar causas y efectos), que permitan relacionar lo ya conocido con la nueva información.

Implementación de la instrucción

La mediación pedagógica se apertura desde el momento en que se ingresa al aula de clase dando inicio a la comunicación estudiante-docente, iniciando con la explicación de los objetivos que se pretendían alcanzar y la temática que se desarrollaría en la sesión de clase, motivando a los estudiantes durante todo el proceso de la instrucción a la vez explicando la importancia que tiene el contenido en su formación profesional, se aplicó la evaluación diagnóstica en donde se observó que los educando tenían ansiedad, temor y frustración al momento de resolver las actividades propuesta por el docente.

En la fase de estructuración se establecieron las actividades que se realizarían y las orientaciones metodológica que se debían seguir, motivando, vigilando y acompañando el cumplimiento de las actividades de aprendizaje, al explicar el proceso los estudiantes consideraron complejos la utilización de los elementos lingüísticos propios del EOS, ya que ellos están acostumbrados a resolverlo mecánicamente y se les dificulta comprender e identificar todos los elementos lingüísticos de una situación.

Para el trabajo autónomo de los discentes se conformaron parejas para realizar las actividades con el sentido de colaboración y que los estudiantes lograran una mejor consolidación del aprendizaje, tomando en cuenta el tiempo entre cada actividad. Para Godino y Contreras (2004) las trayectorias discentes son vista como el sistema de funciones/acciones que desempeña el alumno a propósito de una configuración epistémica.

La guía de instrucción fue la base de desarrollo de todo el proceso, en ella se plasmaron los objetivos y las actividades a realizar por el estudiantado, el tiempo

estimado para la realización de las actividades, los materiales didácticos que se han utilizados, así como también las fases del proceso de instrucción que se desarrolló durante la ejecución de dicha instrucción del aprendizaje, es en ella que se configuró el proceso a desarrollar de la dimensión cognitiva.

El 71.4% de los estudiantes tienen una actitud favorable hacia las matemáticas, el 25% les he indiferente y el 3,6% tienen una actitud desfavorable hacia las matemáticas. Esto indica que las matemáticas son importantes, y que tienen utilidad en la carrera de ingeniería Agroforestal, es importante destacar que el 63.6% del estudiantado femenino y el 76,5% masculino tienen una actitud favorable hacia las matemáticas, tal como se muestra en la tabla 1.

Tabla 1. Actitud * Género a la que pertenece cada estudiante universitario

			Género		Total
			Masculino	Femenino	
Actitud	Desfavorable	Recuento	1	0	1
		% de Actitud	5.9%	0.0%	3.6%
	Indiferente	Recuento	3	4	7
		% de Actitud	17.6%	36.4%	25.0%
	Favorable	Recuento	13	7	20
		% de Actitud	76.5%	63.6%	71.4%
Total		Recuento	17	11	28
		% de Actitud	100.0%	100.0%	100.0%

Así mismo se refleja en el estudio una actitud promedio favorable, ubicada en la puntuación 81,21 de una puntuación máxima de 125, la mitad del estudiantado tiene una actitud por debajo de 79,5, existe una diferencia de 55 entre los estudiantes que tienen actitud favorable y no favorable, la desviación de la muestra es 12,23 respecto a la media, La actitud promedio al cuadrado de las desviaciones de cada observación con respecto a la media es de 149,58.

		Estadístico
Actitud	Media	81.2143
	Moda	79.0000
	Mediana	79.5000
	Varianza	149.582
	Desviación estándar	12.23037
	Mínimo	45.00
	Máximo	100.00
	Rango	55.00

El estudiantado de la carrera de ingeniería agroforestal tienen una actitud hacia las matemáticas positiva debido a que el promedio de las puntuaciones es de 81,21 lo cual concuerda con estudios previos como el realizado por Flores (2015), en el que determinó que el estudiantado de la universidad de las Regiones Autónoma de la Costa Caribe Nicaragüense tienen una actitud positiva con tendencia media alta ($M=76,56$; $SD=17$; $Error=0,57$), Al igual Álvarez y Ruíz, (2010) llevados a cabo con estudiantes universitarios de Venezuela en los estudios encontraron que la actitud del estudiantado hacia las matemáticas es globalmente positiva.

Evaluación de la instruccional

En primera instancia se les aplico una prueba diagnóstica con el objetivo que el estudiantado definiera ¿Qué es una Función? ¿Que entendemos por extremo de una función? ¿Qué significado tiene para ti la derivada? y diferenciar las reglas que se utilizan para determinar la derivada de una función con una variable.

Tarea 1: ¿Qué es una función?

En la tabla 2, podemos observar los resultados de la tarea 1, en donde los participantes tuvieron dificultades para contestarla, respondiendo correctamente el 15 % de ellos. De los que respondieron correctamente solo 3 estudiante (11%) lo definieron con un solo significado tomando en cuenta una de las definiciones planteada y un estudiante (4%) lo definió de otra manera pero no era del todo errónea.

Tabla 3: Grado de corrección y tipo de configuración cognitiva

	Tareas		Significado de una función	Tarea 1	
				F	%
Grado de corrección	Tarea 1		Es una correspondencia que se asigna a cada elemento de x de D exactamente un elemento de y de E	3	11
	F	%	Es un conjunto de pares ordenados de números (x,y) en los que no existen dos pares ordenados diferentes con el mismo primer número	0	0
Correcta	4	15	Dos significados	0	0
Incorrecta	18	67	Otros	1	4
No respondieron	5	19	No dan solución	23	85
Totales	27	100	Total	27	100

Además el 67% de los participantes respondieron incorrectamente y el 19% no respondió la pregunta, debido a que no asimilaban el significado de una función.

Tarea 2: ¿Qué entendemos por extremos de una función?

Tabla 4: Grado de corrección y tipo de configuración cognitiva

	Tareas		Significado de extremo de una función	Tarea 2	
				F	%
Grado de corrección	Tarea 2		Los mínimos y máximos de una función en un intervalo son los valores extremos o simplemente extremos, de la función en el intervalo.	4	15
	F	%	Otro	10	37
Correcta	14	52	No dan solución	13	48
Incorrecta	7	26	Total	27	100
No respondieron	6	22			
Totales	27	100			

En la tabla 4 se observa los resultados de la tarea 2, en el cual los participantes no tuvieron problemas para contestarla, respondiendo correctamente el 52 % de ellos. De los que respondieron correctamente 4 estudiantes (15 %), hicieron uso de definiciones planteada y 10 estudiantes (37%) lo definieron de otra manera pero no era errónea; este significado se muestra en la figura 6. Además el 26% de los participantes respondieron incorrectamente y el 22% no respondió la pregunta, debido a que no asimilaban el significado de extremo de una función.

Tarea 3: ¿Qué significado tiene para tí la derivada?

Tabla 5: Grado de corrección y tipo de configuración cognitiva

	Tareas		Significado de extremo de una función	Tarea 3	
				F	%
Grado de corrección	Tarea 3		Pendiente de la recta tangente	0	0
	F	%	Razón instantánea de cambio	1	3.7
Correcta	2	7	Tasa instantánea de variación	0	0
Incorrecta	17	63	Otro	1	3.7
No respondieron	8	30	No dan solución	25	92.6
Totales	27	100	Total	27	100

Los resultados de la tarea 3, en el cual los participantes tuvieron problemas para contestarla, respondiendo correctamente el 7% de ellos. De los que respondieron correctamente un estudiante (3.7 %) lo definieron tomando en cuenta una de las definiciones planteada y otro estudiante (3.7%) lo definió de otra manera pero no era errónea; este significado se muestra en la figura 7. Además el 63% de los participantes respondieron incorrectamente y el 30% no respondió la pregunta, debido a que no asimilaban el significado de derivada de una función.

Tarea 4: Una con una línea cada función con su respectiva derivada e indique la regla utilizada.

Esta tarea nos permite visualizar como el estudiantado ha interiorizado las reglas para derivar una función. De acuerdo a esta actividad se obtuvieron los resultados previstos en el análisis a priori del contenido de la tarea, en el cual se elaboró un listado de las respuestas entre los que se encontró:

Tabla 6: Configuraciones cognitivas.

N°	Funciones	Derivaciones de las funciones	Tipos de reglas aplicadas
1	$F(x) = x^2$	$F'(x) = -4 / x^3$	Regla de la potencia
2	$F(x) = 2 / x^2$	$F'(x) = -5x^2 + 4x + 5 / (x^2 + 1)^2$	Regla del cociente
3	$F(x) = (x + 2)^3$	$F'(x) = -24x^2 + 4x + 15$	Regla de la cadena
4	$F(x) = x^3 - 4x + 5$	$F'(x) = 3(x + 2)^2$	Regla de la suma y diferencia
5	$F(x) = (3x - 2x^2)(5 + 4x)$	$F'(x) = 3x^2 - 4$	Regla del producto
6	$F(x) = 5x - 2 / x^2 + 1$	$F'(x) = 2x$	Regla del cociente

En relación a esto algunos estudiantes plantearon sus respuestas, tal como se muestra en la tabla 7 los resultados obtenidos con respecto al grado de corrección y tipo de configuración cognitiva.

Tabla 7: Grado de corrección y tipo de configuración cognitiva.

	Tareas		Reglas de las derivadas aplicadas	Tarea 4	
				F	%
Grado de corrección	Tarea 4		Regla de la potencia	1	3.7
	F	%	Regla de la suma y diferencia	1	3.7
Todas Correctas	11	40.8	Regla del producto	1	3.7
Tres correctas	5	18.5	Regla del cociente	0	0
Cuatro correctas	8	29.6	Regla de la cadena	0	0
Todas Incorrecta	1	3.7	No dan solución	25	92.5
No respondieron	2	7.4			
Totales	27	100			

En la tabla 7, podemos observar que los participantes no tuvieron dificultades para unir las funciones con su respectiva derivada, uniendo con una línea todas las funciones con su derivada correctamente fue de 40.8 % de ellos. Además el 18.5 % unió correctamente tres funciones y el 29.6 % unió cuatro funciones correctamente. También se muestra que un estudiante unió incorrectamente todas las funciones y dos no realizaron esta actividad.

Con referencia a lo anterior el estudiantado resolvió tres problemas en la prueba final obteniendo los siguientes resultados:

Problema 1: El número total de bacterias (en miles) presentes en un cultivo después de t horas viene dado por .

1. Calcula la función derivada.
2. Durante las 10 primeras horas, ¿en qué instante se alcanza la población máxima y la mínima?

El problema 1, proporciona la función con la cual el estudiantado va determinar la función derivada, por tanto permitirá constatar si aplica correctamente las reglas de derivación y logra visualizar la importancia de las derivadas en el campo agroforestal, además que recordara algunos conceptos básicos de la matemática que estudiaron durante su formación en secundaria. De acuerdo al problema se obtuvieron resultados similares a los previstos en el análisis a priori de la resolución del problema, en el cual se resolvió de manera algorítmica y utilizando el enfoque ontosemiótico, tal como se muestra en la instrucción matemática. En relación a esto algunos estudiantes resolvieron el problema que no era del todo correcto pero tampoco eran del todo erróneos, aunque algunos están incorrectos. En la tabla 8, se muestran los resultados obtenidos con respecto al grado de corrección y tipo de configuración cognitiva.

Tabla 8: Grado de corrección y tipo de configuración cognitiva

	Tareas		Significado del problema	Problema 1	
	F	%		F	%
Grado de corrección	Problema 1		Binomio al cuadrado	0	0
	F	%	Multiplicación de expresiones algebraica	2	7.4
Correcta	0	0	Función derivada	2	7.4
Parcialmente correcta	10	37	Factorización de un trinomio	2	7.4
Incorrecta	4	15	Despeje de las variables	10	37
No respondieron	13	48	Un valor de "t"	12	44.4
Totales	27	100	Dos valores "t"	2	7.4
			Aplicación de la segunda derivada	8	30
			Aplicación de las reglas del mínimo y máximo	0	0
			No dan solución	17	63

En la tabla 8 podemos observar los resultados del problema 1, en donde los participantes tuvieron dificultades para resolver el problema. Solamente el 37% de ellos lo resolvió parcialmente correcto. El 15% lo resolvió pero incorrectamente y el 48% no realizó el problema, debido a que no asimilaron el significado de la primera y segunda derivada.

Además se constató que el estudiantado no pudo resolver el caso de producto notable (binomio de un cuadrado) y no aplicó la regla del mínimo y máximo de la segunda derivada. De igual manera se observa que el 44.4% determinó un valor de "t" y el 7.4% logró encontrar la función derivada, factorizar el trinomio y los dos valores de la función derivada. También podemos destacar aunque la función derivada era incorrecta lograron despejar la variable el 37% de ellos y el 30% aplicó la segunda derivada.

Los estudiantes no justifican el uso de los elementos lingüísticos, conceptos, proposiciones y procedimientos utilizados en su solución, o sea no hicieron uso del enfoque ontosemiótico, sino que solamente lo resuelven algorítmicamente siguiendo el proceso que les han enseñado desde la educación primaria, secundaria y aun en la universidad.

Problema 2: Un cosechero calcula que si la recogida de la fruta se realiza hoy, obtendría una cosecha de 120 hectolitros de fruta que podría vender a C\$2.500 cada hectolitro. Calcula también que si espera t semanas, la cosecha aumentaría a razón de 20 hectolitros cada semana, aunque a cambio el precio del hectolitro disminuiría en C\$250 cada semana. ¿Cuándo debe recolectar para obtener la máxima ganancia, y cuál es esa ganancia máxima?

El problema 2, tiene una mayor complejidad, ya que no proporciona la función, por tanto el estudiantado debe de plantearla, determinar la función derivada, y aplicar correctamente las reglas de derivación, No obstante la resolución del problema les hace recordar algunos conceptos básicos de la matemática que estudiaron durante su formación en secundaria. El problema se resolvió de manera algorítmica y utilizando el enfoque ontosemiótico, tal como se muestra en la instrucción matemática.

Tabla 9: Grado de corrección y tipo de configuración cognitiva

	Tareas		Significado del problema	Problema 2		
				C	Inc	%
	Problema 2		Extracción de los datos	20	0	74
Grado de corrección	Fr	%	Planteamiento de la función	0	27	0
Correcta	0	0	Multiplicación de expresiones algebraicas	27	0	100
Parcialmente correcta	0	0	Primera derivada	21	6	78
Incorrecta	27	100	Despeje de las variables	27	0	100
No respondieron	0	0	Aplicación de la segunda derivada	3	0	11
Totales	27	100	Aplicación de las reglas del mínimo y máximo	0	0	0

En cuanto a los resultados del problema 2, en donde los participantes tuvieron dificultades para resolver el problema. El 100% de ellos lo resolvió incorrectamente, debido a que no pudieron plantear correctamente la función. Además en la configuración cognitiva podemos observar que el 74% logró extraer los datos del problema, pero no plantearon correctamente la expresión matemática o función, por esta razón el estudiantado determinó una solución incorrecta. De igual manera permite valorar el proceso que desarrollaron los estudiantes en la resolución del problema de las cuales se mencionan que el 100% multiplicó y despejó correctamente las expresiones algebraicas, aunque la función derivada era incorrecta lograron despejar la variable el 37% de ellos, el 78% realizó la primera derivada y el 11% aplicó la segunda derivada.

Los estudiantes hacen el planteamiento del problema, pero al traducir el lenguaje común al lenguaje algebraico no logran expresarlo correctamente con las condiciones planteadas en el problema, por lo cual la expresión algebraica es incorrecta por ende la solución del problema es incorrecta. Además en la tabla 9, se demuestra que el estudiante aplica la primera derivada de manera incorrecta y la segunda derivada lo hace correctamente, esto nos permite manifestar los diferentes errores que cometen los estudiantes en el desarrollo del problema.

Problema 3: Un cultivador de frutas cítricas estima que, si se plantan 60 naranjos, cada árbol producirá un promedio de 400 naranjas. La producción media por árbol disminuirá en 4 unidades de la fruta por cada planta adicional que se tenga en el área.

Calcula la cantidad total de árboles que el cultivador debería plantar para maximizar la producción.

El problema 3, tiene la misma complejidad del problema 2, ya que no proporciona la función, por tanto el estudiantado debe de plantearla, determinar la función derivada, y aplicar correctamente las reglas de derivación, además les permitió visualizar el enfoque de las derivadas en el campo agroforestal. No obstante la resolución del problema les hace recordar algunos conceptos básicos de la matemática que estudiaron durante su formación en secundaria. De acuerdo al problema se obtuvieron resultados similares a los previstos en el análisis a priori de la resolución del problema, en el cual se resolvió de manera algorítmica y utilizando el enfoque ontosemiótico, tal como se muestra en la instrucción matemática. En relación a esto los estudiantes resolvieron el problema sin ninguna dificultad, aunque algunos no aplicaron la segunda derivado, sino que argumentaron en su respuesta la máxima plantación que debía plantar el cultivador para obtener una producción máxima. En la tabla 10 se muestran los resultados obtenidos con respecto al grado de corrección y tipo de configuración cognitiva.

Tabla 10: Grado de corrección y tipo de configuración cognitiva

	Tareas		Significado del problema	Problema 3	
				C	%
	Problema 3		Extracción de los datos	6	22.2
Grado de corrección	F	%	Planteamiento de la función	27	100
Correcta	27	100	Multiplicación de expresiones algebraica	27	100
Parcialmente correcta	0	0	Primera derivada	27	100
Incorrecta	0	0	Despeje de las variables	27	100
No respondieron	0	0	Aplicación de la segunda derivada	0	0
Totales	27	100	Aplicación de las reglas del mínimo y máximo	27	100

Los participantes no tuvieron dificultades para resolver el problema, el 100% de ellos lo resolvió, debido a que plantearon correctamente la función. Además en la configuración cognitiva podemos observar que el 22.2% logró extraer los datos del problema. De igual manera permite valorar el proceso que desarrollaron los estudiantes

en la resolución del problema de las cuales se mencionan que el 100% del estudiantado realizaron el planteamiento de la función, multiplicación de expresiones algebraicas, aplicaron la primera derivada, despejaron la ecuación y argumentaron que el valor encontrado era el máximo de árbol que se debía de sembrar adicionalmente para tener una máxima producción. Cabe mencionar que el 100% de los estudiantes no aplico la segunda derivada.

De acuerdo a los resultados, se destaca que la evaluación de las prácticas matemáticas realizadas por el estudiantado permite una caracterización de los conocimientos personales en cada una de las facetas epistémicas, esto permitió la identificación de los objetos matemático que utilizaron para la resolución de cada una de las tareas asignadas.

El enfoque ontológico y semiótico permitió evaluar las prácticas matemáticas que utiliza el estudiantado para resolver los problemas matemáticos, lo cual se evidencia en las configuraciones epistémica de cada una de las actividades propuesta, además en el proceso se consideran las dimensiones o trayectorias propuestas por Godines y Contreras (2006). De manera semejante, la URACCAN plantea en el modelo pedagógico que las evaluaciones comprenden tres etapas: diagnóstica, formativa y sumativa en el proceso de enseñanza aprendizaje, lo cual se logra utilizando diferentes técnicas y estrategias tales como: pruebas diagnóstica y parciales, guías de actividades, observación por parte del docente entre otras.

Dicho proceso ha permitido explorar la pertinencia del vínculo entre las configuraciones cognitivas y el conocimiento didáctico-matemático requerido para la enseñanza. El uso e identificación de objetos matemáticos primarios (elementos lingüísticos, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos), sus significados y los procesos involucrados en la solución de tareas matemáticas, son la base de los procesos de enseñanza y aprendizaje, y por tanto, actividades para promover la identificación de dichos procesos de significación son importantes en la formación del estudiantado.

6. Discusión y conclusiones

La presente investigación se centró en el diseño y aplicación de una instrucción desde el enfoque ontosemiótico en las aplicaciones de las derivadas con los estudiantes de ingeniería agroforestal. En particular, se ha valorado el conocimiento cognitivo y afectivo del estudiantado al momento de resolver situaciones didácticas sobre la derivada en el contexto de la ingeniería agroforestal. Desde esta perspectiva se presentan las principales conclusiones:

1. Se diseñó un proceso de instrucción como herramienta que permite al docente abordar la temática sobre las aplicaciones de las derivadas en la que se proponen estrategias metodológicas que favorezcan un mejor aprendizaje.

2. El enfoque ontosemiótico permitió hacer un análisis en profundidad, de las tareas realizadas por el estudiantado, dando cuenta de la complejidad del objeto matemático en estudio (lingüístico, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos). Además permite obtener diferentes formas de desarrollar un problema por parte del estudiantado.
3. La implementación del proceso de instrucción facilitó analizar el desarrollo del contenido en cada una de las trayectorias propuesta por Godino y Contrera (2006), en el cual se evidenció que el estudiantado despertaba interés hacia las matemáticas cuando los problemas son afines a la ingeniería agroforestal.
4. Los estudiantes asumen una actitud positiva hacia las matemáticas, su media se ubica en la puntuación 81,21; esto nos indica que las matemáticas son primordiales para resolver problemas relacionados a su campo profesional.
5. El estudiantado manifiesta un obstáculo cognitivo sobre las derivadas y sus aplicaciones en el campo de la ingeniería agroforestal.
6. El proceso de instrucción sobre las aplicaciones de las derivadas desde una perspectiva ontosemiótica en el contexto de la Ingeniería Agroforestal mejora la comprensión y rendimiento académico en el estudiantado, ya que al aplicar el estadístico no paramétrico prueba de Wilcoxon de los rangos con signos para muestras relacionada aplicada a las pruebas (Prueba Inicial y Prueba Final) se obtuvo un valor de significancia $p=0.000$, donde $p<0.05$, por lo tanto existe evidencia estadísticamente significativa para rechazar la hipótesis nula (La mediana de las diferencias entre la prueba inicial y prueba final es igual a cero), por consiguiente, podemos afirmar que la mediana de las diferencias entre las prueba inicial y la prueba final es diferente de cero.

5. Lista de referencias

- Artigue, M. (1995). *La enseñanza del principio del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos*. Grupo Editorial Iberoamérica. Bogotá, Colombia.
- Bacelli, S., Anchorena, S., Figueroa, S. & Prieto, G. (2011). Análisis De Un Problema De Optimización Desde El Enfoque Ontosemiótico. *Revista de Educación Matemática*, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina, Disponible en <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/article/view/10189/10841>
- Bisquerra, R. (2012). *Metodología de la Investigación Educativa*. Madrid: La Muralla.
- Coll, C. & Colomina, R. (1991). *Interacción entre alumnos y aprendizaje escolar*. En C. Coll, J. Palacios, & A. Marchesi (Eds.). *Desarrollo psicológico y educación, II, Psicología de la Educación* (335-352). Madrid: Alianza Editorial.

- Flores, W. O. (2015a). *La formación de profesores de matemática desde el ámbito de la universidad comunitaria intercultural*. *Ciencia e Interculturalidad*, 16(1), 32-53.
- Flores, W. O. (2015b). *Actitudes hacia las matemáticas en la enseñanza universitaria y su relación con las variables género y etnia*. *Profesorado: Revista de currículum y formación del profesorado*.
- Flores, W., O. (2016). *Análisis ontosemiótico en los procesos de resolución de problemas matemáticos por estudiantes universitarios*. Bilbao: Universidad de Deusto.
- Flores, W. O., & Auzmendi, E. (2015). *Análisis de la estructura factorial de una escala de actitud hacia las matemáticas*. *Aula de Encuentro*, 17(1), 45-77.
- Flores, W. O., & López-Mairena, E. (2016). Recursos didácticos y tecnológicos para la enseñanza de la integral definida en el modelo de Universidad Comunitaria Intercultural. *Ciencia e Interculturalidad*, 18(1), 63-78.
- Godino, J. D. (2002) Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*.
- Godino, J. D. (2003). Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Disponible en Internet: http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_tfs.htm.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de temáticas. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, v. 20.
- Godino, J. D. & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007) El enfoque ontosemiótico de la investigación en la educación matemática. *Educación Matemática*, 39 (1), 127-135.
- Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2009) Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Disponible en Internet: URL: http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_eos.htm
- Godino, J. D., Batanero, C. & Roa, R. (2005). An onto-semiotic analysis of combinatorial problems and the solving processes by university students. *Educational Studies in Mathematics*.

- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2008). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Versión ampliada del artículo: Godino, J.D., Batanero, C. & Font, V. (2007). The Onto-Semiotic Approach to Research in Mathematics Education, *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135. Disponible en: <http://www.ugr.es/local/jgodino>.
- Godino, J. D., Contreras, A., & Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2010). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw-Hill.
- Martínez, F., (2004). *Nuevo Paradigma Educativo y Visión Integral del Aprendizaje. Guatemala*.
- Pino-Fan, L., Godino, J., & Font, V. (2013). Diseño y aplicación de un instrumento para explorar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores sobre la derivada. *REVEMAT*. eISSN 1981-1322. Florianópolis (SC), v. 08, Ed. Especial (dez.), p. 1-47.
- Pino-Fan, L. (2013). *Evaluación de la faceta epistémica del conocimiento didáctico – matemático de futuros profesores de bachillerato sobre la derivada*. Tesis doctoral, Universidad de Granada, España.
- Vanegas, E., & Bermudez, Y., (2014) Propuesta metodológica en la aplicación de la derivada en Ingeniería Agroforestal.
- Wenger, E. (2001). *Comunidades de Práctica. Aprendizaje, significado e identidad*. Buenos Aires: Paidós.
- Wilhelmi, M. R., Lacasta, E. & Godino, J. D. (2007). Configuraciones epistémicas asociadas a la noción de igualdad de números reales. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 27 (1), 77-120.